UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA

JEANINE FERREIRA DOS ANJOS COSTA

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA EM NÍVEL FUNDAMENTAL: ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE UM CURSO DE CAPACITAÇÃO FUNDAMENTADO NO CONCEITO DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Tubarão

2009

JEANINE FERREIRA DOS ANJOS COSTA

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA EM NÍVEL FUNDAMENTAL: ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE UM CURSO DE CAPACITAÇÃO FUNDAMENTADO NO CONCEITO DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Ciências da Linguagem da Universidade do Sul de Santa Catarina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências da Linguagem.

Orientador: Prof. Dr. Fábio José Rauen.

Tubarão

2009

JEANINE FERREIRA DOS ANJOS COSTA

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA EM NÍVEL FUNDAMENTAL: ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE UM CURSO DE CAPACITAÇÃO FUNDAMENTADO NO CONCEITO DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Esta dissertação foi julgada adequada à obtenção do título de Mestre em Ciências da Linguagem e aprovada em sua forma final pelo Curso de Mestrado em Ciências da Linguagem da Universidade do Sul de Santa Catarina.

Tubarão, 10 de dezembro de 2009.

____

Professor e orientador Fábio José Rauen, Dr.
Universidade do Sul de Santa Catarina

____

Professora Maria José Ferreira da Silva, Dra.
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

____

Prof. Amilton Barreto de Bem, Dr.
Universidade do Sul de Santa Catarina

A Gilberto Machado Costa, meu querido esposo: pelo companheiro e amigo que é; pelo estímulo que representa em minha vida; pela compreensão, incentivo e paciência que teve diante de minhas ausências; e, principalmente, pelo seu amor e dedicação.

Ao meu filho Nicolas dos Anjos Costa: amor da minha alma, estrela linda e brilhante; rostinho lindo e fascinante, razão do meu viver; orgulho, carinho e todo meu bem querer.

À memória de meu pai, ausência que se faz presente em todos os dias de minha vida.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ser presença constante em minha vida, e por tornar esse sonho uma realidade.

Agradeço aos meus pais, Jerônimo (*in memoriam*) e Norli, por ter-me concedido o dom da vida e pelo amor incondicional.

Ao meu orientador, Fabio José Rauen, pela credibilidade, amizade e inúmeras orientações que resultaram na ampliação de meus conhecimentos.

Aos meus irmãos, pela amizade e compreensão em todos os momentos.

Ao professor Gilvan Luiz Machado Costa, pela troca de informações sobre educação e, em especial, sobre educação matemática.

À professora Valdirene de Souza Ferreira, pelo incentivo inicial no ingresso do Curso de Mestrado em Ciências da Linguagem.

À professora Elizandra Maurina Felisberto dos Anjos, pelas contribuições e companheirismo durante a execução deste trabalho.

À amiga Silvia Cardoso Rocha, pelo apoio fundamental em cada fase dessa realização e pela amizade firmada.

À amiga Cíntia Rosa da Silva, pela parceria em publicações e congressos.

Às professoras Tatiane Machado Guimarães e Juliana de Souza, pelo apoio na realização da pesquisa inicial.

A todos os professores do PPGCL, pelos ensinamentos, companheirismo e amizade.

Ao professor Mario Guidarini, mestre e incentivador das densas leituras sobre semiótica e também pela célebre frase: “Não permita que as densas leituras apaguem o seu sorriso”.

Ao professor e pesquisador Saddo Ag Almouloud, pelo apoio instrucional e pessoal no desenvolvimento da pesquisa.

Aos professores Aldo Litaiff e Jussara Bittencourt de Sá, pelas devidas sugestões e incentivo na qualificação do projeto.

Aos professores Amilton Barreto de Bem, Maria José Ferreira da Silva e Jussara Bittencourt de Sá, por comporem banca de avaliação desta dissertação

A todos os meus amigos do mestrado e, em especial, aos amigos, Fábio Ballmann, Cíntia Rosa da Silva, Leonir Alves e Liomar Vanderlan Fernandes, que fazem parte da linha de pesquisa linguagem cultura e mídia, pela parceria e amizade sólida.

Às amigas, Mayara Borges Vieira (*in memoriam*), Maristella Letícia Selli e Monaliza Pivetta da Silva pela amizade e carinho.

Às secretárias Layla Antunes de Oliveira e Suelen Francêz Machado, pela delicadeza, sorriso e acolhimento quando solicitadas.

Aos professores de matemática do Ensino Fundamental, sujeitos da pesquisa, o meu eterno agradecimento.

Nunca deixe que lhe digam que não vale a pena acreditar nos sonhos que se têm ou que os seus planos nunca vão dar certo ou que você nunca vai ser alguém...

Renato Russo

RESUMO

Este estudo de caso, considerando processos da transposição didática interna de Chevallard (1991) e a abordagem etnomatemática de D'Ambrósio (2001), verifica a influência de um curso de capacitação fundamentado nos conceitos de registros de representação semiótica de Duval (1993), na proposição de sequências didáticas aplicáveis ao ensino de matemática na 5ª série do Ensino Fundamental de uma escola de um município da região da AMUREL, SC que atende alunos de comunidades rurais. As sequências produzidas por dois grupos de quatro docentes em pós-teste revelam avanços no que se refere à consciência: da importância da contextualização dos objetos de ensino; do uso das três atividades cognitivas, com ênfase na conversão de registros de representação; e da distinção *noese/semiose*. Contudo, as sequências tenderam a ser pensadas para as próprias docentes. Esses resultados revelam que as docentes não distinguiam objetos/conceitos matemáticos de suas representações, apontando para a necessidade de se investir nesse tópico na capacitação em serviço de profissionais que já estão no mercado de trabalho e na formação de novos quadros.

Palavras-chave: Registros de representação semiótica. Etnomatemática. Transposição didática interna.

ABSTRACT

Considering internal didactic transposition processes of Chevallard (1991), and ethnomathematics approach of D'Ambrosio (2001), in this case study, the influence of a training course based on the concepts of semiotic representation registers of Duval (1993) is verified on the proposition of teaching sequences applicable to math teaching for 5th grade students of a school in a city of the region of Amurel, SC, which works with students from rural communities. The sequences produced in post-test by two groups of four teachers showed progress with regard to consciousness: of the importance of the contextualization of teaching objects; of the use of three cognitive activities proposed by Duval (1993), with emphasis on the conversion of registers of representation; and of the distinction between noesis and semiosis. However, the sequences were thought as applicable to the own teachers instead to be applicable to the 5th grade students. These results show that the teachers did not distinguish mathematical objects and concepts of their representations, pointing to the need of investing in this topic in teaching training.

Keywords: Semiotic representation registers. Ethnomathematics. Internal didactic transposition.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No processo de compreensão em matemática, devem-se distinguir dois pontos fundamentais: noese (*noésis*) e semiose (*semiósis*). Um objeto ou conceito matemático compõe o conhecimento noético, e as múltiplas formas de representar esse objeto ou conceito fazem parte do conhecimento semiótico. Dessa maneira, é possível que um conjunto múltiplo de representações, semiose, pode estar no lugar de um mesmo objeto ou conceito, noese.

Por *representação* de um objeto ou conceito matemático, segundo Duval (1993, p. 37), define-se a forma como esse objeto ou conceito pode ser representado. Uma escrita, uma notação ou até mesmo um símbolo pode representar um objeto ou conceito matemático. Por exemplo, o conceito referente à metade de um inteiro designa um objeto matemático e não suas múltiplas formas de representação, tais como: a) em linguagem natural (um meio, *one half*, *ein Halb*, *une moitié, un mezzo, un medio*); b) em notações matemáticas (fração '$\frac{1}{2}$', notação decimal '0,5', notação científica '5.10^{-1}'; ou c) em representações figurais em que se destaque a metade de alguma imagem, por exemplo, a metade de uma barra de chocolate.

Visto que os objetos ou conceitos matemáticos não são diretamente acessíveis na natureza, daí dizer-se que a matemática é um conhecimento formal e não factual, em toda e qualquer atividade em matemática, esses objetos ou conceitos são manipulados com base em suas múltiplas representações. Sendo essa característica basilar para o conhecimento matemático, seria de se esperar que os indivíduos escolarizados não confundissem as representações com os objetos matemáticos que elas representam. Porém, há indícios de que as pessoas identificam e calculam, por exemplo, a soma de frações de mesmo denominador tal como se apresenta em notação fracionária, '$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$', sem compreender que essa forma de tratamento é uma dentre tantas que poderiam ser pensadas para o mesmo problema (o mesmo cálculo poderia ser representado como: '0,5 + 0,5 = 1', ou '$5.10^{-1} + 5.10^{-1} = 1$').

Duval (1993) questiona como essa questão continua mal resolvida mesmo entre pessoas que passaram por educação formal em matemática. Para ele, a distinção entre objeto e representação é estratégica na compreensão matemática. De um lado, o objeto matemático é aquilo que interessa à aprendizagem; de outro, esses objetos não são diretamente acessíveis sem as representações. Para operar com objetos matemáticos, os seres humanos dependem dos sistemas semióticos.

Considerado esse contexto, Duval (1993) levanta duas questões relevantes: a) Como aprendizes não confundiriam objetos matemáticos com suas representações, se eles operam apenas com representações? e b) Como aprendizes seriam proficientes nos tratamentos matemáticos necessariamente ligados às representações, se eles não têm uma apreensão conceptual dos objetos matemáticos?

Duval (1993) argumenta que as representações não são somente indispensáveis para fins de comunicação, mas desempenham um papel fundamental para o desenvolvimento das atividades cognitivas do pensamento. Para ele, a cognição humana é inseparável da existência de diversos sistemas semióticos: não existe noese sem semiose. Desse modo, considerando que a apreensão dos objetos matemáticos é viabilizada pelas múltiplas representações, a coordenação dessas representações é essencial para uma apreensão conceitual desses objetos, evitando que os alunos confundam objetos e representações.

Nesse contexto, emerge no trabalho do autor a noção de registro de representação. Um sistema semiótico consiste num registro de representação em matemática, na medida em que permite três atividades cognitivas: a *formação de uma representação identificável*, o *tratamento* e a *conversão*.

A formação de uma representação identificável corresponde às unidades e às regras de formação que são próprias de determinado registro de representação, ou seja, o modo como a representação se organiza. No caso da representação do conceito de metade no registro de escrita dos números fracionários '$\frac{1}{2}$', faz parte da representação identificável: abaixo do traço horizontal, a atribuição de quantas partes determinado inteiro foi dividido, o que caracteriza os denominadores; e, acima do traço horizontal, a determinação de quantas unidades dessas partes de inteiro a representação dá conta, o que caracteriza os numeradores. No exemplo, a notação '$\frac{1}{2}$' indica que se toma uma parte de duas possíveis, ou seja, toma-se a metade de um inteiro dividido em duas partes.

Os tratamentos são transformações das representações no próprio registro onde a representação foi formada. Trata-se de transformações internas aos registros de representação. No caso da soma '$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$', o tratamento se refere às regras dos registros de escrita dos números fracionários que permitem chegar ao resultado de um inteiro a partir da soma de duas metades.

As conversões são transformações de uma representação para outro registro, ou seja, em um registro diferente daquele em que a representação foi formada, conservando em parte ou no todo o conteúdo da representação inicial. No caso do conceito de metade, por exemplo, pode-se converter ou mesmo traduzir '$\frac{1}{2}$' para '0,5' ou '5.10^{-1}'; no caso da soma de duas metades, pode-se converter ou traduzir '$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$' para '0,5 + 0,5 = 1'ou '5.10^{-1} + 5.10^{-1} = 1'. [1]

Duval (1993) argumenta que dessas três atividades cognitivas somente a formação de uma representação identificável e o tratamento dentro de um mesmo registro são consideradas no ensino de matemática. Todavia, para ele, é no processo de conversão que o aprendiz se sente habilitado a dissociar objetos de representações. É essa omissão que explica, por exemplo, casos em que o indivíduo é competente em representar e tratar determinado registro, mas não compreende dentro ou fora desse registro com que objeto matemático está operando.

Além da omissão dos processos de conversão, vale lembrar que o ensino da matemática se dissocia também da realidade do estudante. Ou seja, representações e tratamentos são ensinados sem que exemplos e exercícios sejam pensados a partir das vivências dos alunos. Segundo D'Ambrósio (1996), a matemática tem sido concebida e tratada como conhecimento determinado, criando barreiras entre o educando e o objeto de estudo. Posto isso, o professor não deve operar com conteúdos matemáticos de maneira mecanizada, mas aproximá-los da realidade, de modo que os alunos os concebam como elementos significativos para suas vidas.

Tornar significativo o ensino de matemática é o que motivou o ideário do que se denominou *educação matemática.* O movimento, iniciado nos anos 80, preocupa-se com o processo de ensino e de aprendizagem, com a ação do professor e com a forma como o ensino da matemática vem sendo trabalhado nas escolas.

Pais (2001, p. 10) define o movimento da *educação matemática* como "uma grande área de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis da escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática". Para ele, é no plano das práticas pedagógicas que o movimento ganha significado, na medida em que a *educação matemática* é concebida a partir dos desafios do cotidiano escolar.

De acordo com Flemming (2004), mesmo na década de 1950, já havia discussões sobre os rumos do ensino de matemática. Por volta dos anos 80, o *movimento de educação*

---

[1] O conceito de conversão reforça o argumento de que pensar representações semióticas implica compreender que o conhecimento está alicerçado em universos simbólicos que entretecem inúmeras formas de conexão com outros universos simbólicos e que se traduzem mutuamente. Ou seja, são modos de criar mundos (GOODMAN, 1995). Com o conhecimento matemático isso não é diferente.

matemática inicia-se com a participação de educadores do mundo inteiro, a fim de organizar grupos de pesquisa, interligando o ensino da matemática às demais áreas do conhecimento. Esse movimento se consolida em 1988 com a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. [2]

Assim, a matemática passou a ser vista como uma atividade humana na qual os alunos são capazes de abstrair dos conceitos as ferramentas para resolver situações cotidianas, tornando o conhecimento contextualizado e relevante para sua formação intelectual e social.

Conforme Lins (1994, p. 38),

> dizer que todo conhecimento é contextualizado não pode ser apenas dizer que ele depende das experiências vividas por quem produziu; é preciso ir além e afirmar que todo conhecimento é falado para o outro, e inverter a informação de que todo conhecimento é contextualizado para dizer que todo contexto é conhecimento.

Dessa forma, a *educação matemática* engloba não só o ensino da matemática, como também a junção da matemática com as demais áreas do conhecimento. Para Flemming (2004, p. 11), "a Educação Matemática pode ser caracterizada como uma área de atuação que busca, a partir de referenciais teóricos consolidados, soluções e alternativas que inovem o ensino de Matemática".

No contexto da *educação matemática*, várias tendências surgem como suporte na elaboração de atividades pedagógicas e como ferramentas que facilitam a apropriação e a contextualização desse conhecimento. Entre elas, podem ser citadas, conforme Flemming (2004, p. 16-19): a educação matemática crítica, a etnomatemática, a informática e educação matemática, a escrita na matemática, a modelagem matemática, a literatura na matemática, a resolução de problemas, a história da matemática e os jogos e recreações. [3] Como argumenta Carvalho (1994, p. 81), o movimento da "Educação Matemática é uma atividade essencialmente pluri e interdisciplinar. Constitui um grande arco, onde há lugar para pesquisas e trabalhos de diferentes tipos". Todas essas tendências da *educação matemática* sugerem um aprendizado qualitativo e significativo, de modo reflexivo que parte do princípio de que todos podem produzir matemática nas suas diferentes expressões.

---

[2] Uma das conseqüências dessa consolidação se estabelece nos parâmetros curriculares. No Brasil, são lançados nos anos de 1997-1998 os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) para as oito séries do Ensino Fundamental, com o propósito de oferecer aos professores instrumentos de orientação, mudança e reflexão da práxis pedagógica, visando à diminuição do fracasso escolar. Os Parâmetros serviram de referência para a reelaboração da Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina (1998) que fora escrita nos anos de 1988 a 1991. A proposta surge com o mesmo intuito dos Parâmetros no que se refere ao processo ensino-aprendizagem e à formação continuada dos professores.

[3] Sobre essas tendências leia-se D'Ambrósio (2001).

Se a busca por um ensino significativo e contextualizado da matemática é relevante *lato sensu*, independente do contexto onde se concretiza esse ensino, esta pesquisa defende o argumento de que essa perspectiva deva ser assumida em uma escola voltada para estudantes oriundos de ambientes rurais.

A educação voltada para a população rural no Brasil ao longo dos anos não atende às necessidades do povo do campo, entre os mais atingidos pela exclusão educacional. Diante desse fato, observa-se a precariedade da escola do campo no que diz respeito à prática pedagógica excludente, elevando os índices de evasão e repetência. Isso nega aos jovens e adultos do meio rural o acesso à educação, contrariando o texto da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (Lei 9394/96):

> Art. 28. Na oferta de educação básica para a população rural, os sistemas de ensino promoverão as adaptações necessárias à sua adequação às peculiaridades da vida rural e de cada região, especialmente:
> I - conteúdos curriculares e metodologias apropriadas às reais necessidades e interesses dos alunos da zona rural;
> II - organização escolar própria, incluindo adequação do calendário escolar às fases do ciclo agrícola e às condições climáticas;
> III - adequação à natureza do trabalho na zona rural.

Conforme a LDB, a educação rural deveria garantir o fortalecimento das identidades locais. Para tanto, a escola não pode negar o cotidiano dessas pessoas. Ela precisa conhecer e dialogar com esse cotidiano, para que os sujeitos possam exercer autonomia, e emanciparem-se, com base em suas realidades.

Segundo Leite (1999, p. 14), "pensar a escola rural é pensar o homem rural, seu contexto, sua dimensão como cidadão, sua ligação com o processo produtivo". Kolling (1999, p. 34) afirma que "é preciso refletir sobre o sentido da inserção do campo no conjunto da sociedade para quebrar o fetiche que coloca o camponês como algo à parte, fora do comum, fora da totalidade definida pela representação urbana".

Portanto, não há como pensar uma educação voltada aos alunos do campo sem que haja a preocupação de contextualizar o conhecimento, tornando-o significativo ao passo que oferece mecanismos e subsídios para que eles venham a ingressar no mercado de trabalho com igualdade de condições em relação aos alunos oriundos de escolas urbanas.

Todavia, o que se constata na realidade é uma escola onde a identidade do aluno não é preservada. Pelo contrário, promove-se uma massificação por meio de um currículo divorciado de interesses, necessidades e anseios dessas comunidades. Essa parece ser a realidade de escolas básicas municipais de municípios da Associação dos Municípios da

Região de Laguna – AMUREL que, apesar de atender alunos vindos de comunidades rurais, não apresenta um currículo voltado ao contexto do qual a clientela faz parte. [4]

Em síntese, essas escolas ratificam a distorção entre um ideário de ensino voltado ao meio rural e recursos humanos e materiais baseados num ensino urbano. Ou seja, ao mesmo tempo em que assiste uma população de origem rural, os conteúdos trabalhados são direcionados a população de origem urbana, negando a identidade do aluno a que se propõe educar. Esse é um dos fatores responsáveis por haver nessa escola um número elevado de reprovação, evasão e distorção idade/série.

Diante dessa realidade, pensou-se em aliar aos conceitos de Duval (1993) a tendência da etnomatemática, defendida por D'Ambrósio (2001), como uma ferramenta capaz de contribuir para a apreensão dos objetos matemáticos. Com isso, espera-se que o ensino em escolas que atendem alunos de comunidades rurais possa representar, tratar e converter diferentes sistemas simbólicos e, desse modo, propiciar a dissociação entre noese e semiose em matemática, respeitando a realidade desses estudantes.

Uma das formas para essa viabilização é a conscientização de docentes de matemática para a importância dessas questões no processo de elaboração de sequências didáticas viáveis para estudantes do Ensino Fundamental. A elaboração de sequências didáticas põe em evidência a questão do modo como se traduzem os conceitos elaborados cientificamente para o contexto da sala de aula. Para dar conta dessa tradução, esta pesquisa recorre-se à teoria da *transposição didática*, tal como proposta por Chevallard (1982).

Para Chevallard (1982), transposição didática define-se como um processo que converte conhecimento científico em conhecimento de ensino. Nessa abordagem, o processo de transposição se inicia a partir do *saber científico* ou *saber sábio*, que é concebido pelos cientistas. Esse saber sábio é convertido em *saber a ensinar*, entendido de modo amplo como o produto da transposição dos textos científicos para os livros didáticos. Mais à frente, o saber a ensinar é transposto em o *saber ensinado*, definido como aquele que surge da ação dos docentes. É nesse processo que os docentes, com base nos materiais didáticos que compõe o saber a ensinar, destacam determinados conteúdos e métodos para a interação na sala de aula. Por fim, o saber ensinado pode ser posto em ação no contexto da sala de aula, transpondo-se em *saber aprendido*, ou seja, aquele que supostamente foi internalizado pelo aluno.

---

[4] AMUREL: associação que congrega dezessete municípios da região sul do estado de Santa Catarina, a saber: Armazém, Braço do Norte, Capivari de Baixo, Grão Pará, Gravatal, Imaruí, Imbituba, Jaguaruna, Laguna, Pedras Grandes, Rio Fortuna, Sangão, Santa Rosa de Lima, São Ludgero, São Martinho, Treze de Maio e Tubarão.

Na ilustração 1, esses passos podem ser vistos:

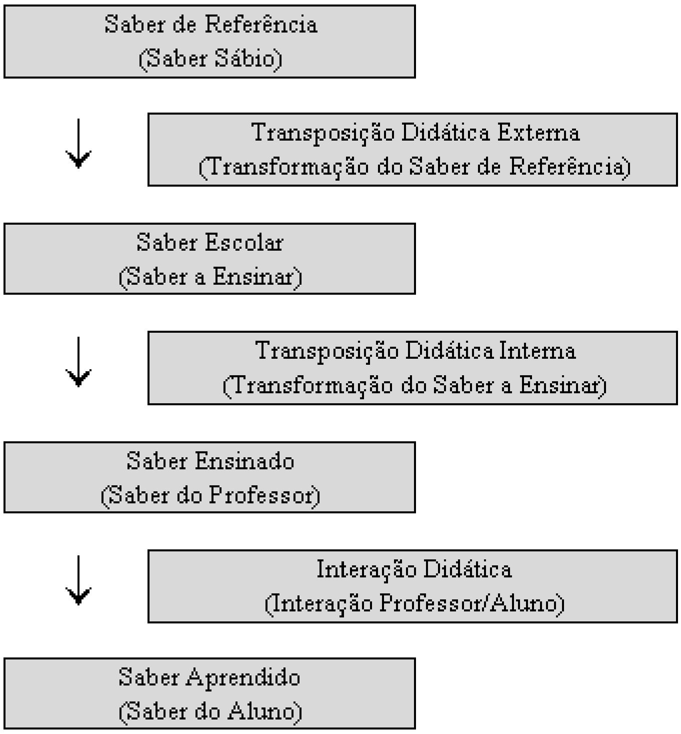


Ilustração 1 – Esquema da transposição didática.
Fonte: SILVA (2009, p. 20)

Posto isso, este estudo de caso pretende trabalhar no processo de *transposição didática interna*, ou seja, na *transformação do saber a ensinar*, de modo a, levando-se em conta a abordagem etnomatemática de D'Ambrósio (2001),

VERIFICAR a influência de um curso de capacitação fundamentado nos conceitos de registros de representação semiótica (DUVAL, 1993) na proposição de sequências didáticas aplicáveis ao ensino de matemática em nível fundamental em uma escola de um município da região da AMUREL.

Para dar conta dessa questão, solicitou-se a dois grupos de professores que propusessem, conforme suas convicções educacionais prévias, sequências didáticas para o ensino de conteúdos de matemática voltados para alunos de 5ª série do Ensino Fundamental. Uma vez obtidas e analisadas as sequências didáticas desse pré-teste, promoveu-se o curso de capacitação. Por fim, depois da intervenção, solicitou-se aos grupos que elaborassem novas sequências didáticas, configurando-se o pós-teste.

Uma vez apresentado o panorama desta pesquisa em linhas gerais, a presente dissertação é composta de mais três capítulos. No capítulo dois, revisa-se a literatura no que concerne à questão das representações semióticas em matemática, bem como a aspectos do ensino de matemática. No capítulo três, descreve-se a metodologia da pesquisa e analisam-se as sequências didáticas. Por fim, no capítulo quatro, apresentam-se as considerações finais.

2 REVISÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA

Este capítulo discorre sobre os pressupostos teóricos e metodológicos que embasam o desenvolvimento de um curso de capacitação destinado aos docentes de matemática, tendo como objetivo principal o desenvolvimento de sequências didáticas aplicáveis ao ensino de matemática fundamentado no conceito de registros de representação semiótica. O capítulo está dividido em duas seções principais, denominadas, respectivamente de "A matemática e suas representações" e "Ensino de matemática".

2.1 A MATEMÁTICA E SUAS REPRESENTAÇÕES

Nesta seção faz-se a apresentação da evolução do conhecimento matemático e suas representações, investigando o percurso histórico do objeto e sua representação, além de discorrer sobre o mecanismo cognitivo de apreensão do objeto matemático baseado em Duval.

2.1.1 Objeto e representação: percurso histórico

Até a Idade Média, a matemática constituía-se de uma linguagem híbrida composta pela geometria e retórica, desconstituída de simbolismos próprios, ou seja, as resoluções dos problemas matemáticos pautavam-se pela descrição retórica fundamentada em modelos geométricos. O cálculo na aritmética se constituía numa forma de geometria métrica. Os gregos faziam uso da geometria para expressar as variáveis, tais como: comprimento de uma reta, a área de uma superfície, ou o volume de um sólido. Assim, a geometria sobrepunha-se a aritmética, e as figuras geométricas estavam na razão direta dos próprios números, sem nenhum sistema de representação padronizada.

Com o início do Renascimento, a matemática começou a operar com sistema de signos, que até meados do Renascimento Ocidental, confundiam-se com seu próprio objeto em analogia ao mundo natural, não havendo dissociação entre ambos. Para Foucault (1992) no limiar da idade clássica, o signo assume uma nova função, deixa de ser apenas uma imitação do mundo real para ganhar uma nova roupagem representativa, haja vista que no começo do século XVII o saber se dava pela semelhança entre o signo e o objeto estudado.

Na era Renascentista o perfil do homem que outrora era submisso à fé e à razão ganha significado, mediante a nova postura assumida por ele como sujeito do próprio conhecimento, ou seja, o mundo e ele próprio são desvendados.

Segundo Flores (2003), todo tipo de conhecimento é ordenado e classificado dentro de um padrão formal de representação, enquanto expressão iconográfica que relaciona entre si, o sujeito do conhecimento e o objeto a conhecer.

O surgimento desse novo modelo de pensamento, baseado na busca da quantificação, exatidão e caracterização dos fenômenos naturais e em especial da matemática, proporcionaram uma nova visão de mundo, suas relações e suas formas de representação.

Para Foucault (1992), o marco do pensamento clássico está alicerçado na idéia de que o signo assume um papel importante, no momento em que se percebe que o signo é um objeto que representa outro objeto. Em outros termos, o signo não é o próprio objeto, apenas o representa, tal como o mapa de uma determinada cidade. Ele não é a cidade em si, mas sua representação figural. Diz Foucault: "a partir da idade clássica, o signo é a representatividade da representação enquanto ela é representável" (p. 80).

O signo adquire uma relação binária, um elo entre o que ele significa (o significado) e o que ele se refere (o objeto). "A relação do significante com o significado se aloja agora num espaço onde nenhuma figura intermediária assegura mais seu encontro: ela é, no interior do conhecimento, o liame estabelecido entre a idéia de uma coisa e a idéia de outra" (FOUCAULT, 1992, p. 79).

François Vièti, no fim do século XVI, foi quem primeiramente incorporou à matemática um conjunto de signos constituídos por vogais para representar as incógnitas e consoantes para designar as constantes. Todavia, é Descartes quem organiza o campo em torno de formulações próprias universais. Com ele, distinguem-se claramente registros simbólicos e significação em matemática e substituem definitivamente a geometria e a retórica utilizada na matemática grega e medieval

Essa tendência à abstração e ao fortalecimento do poder do registro simbólico no desenvolvimento do pensamento matemático é concretizada por Leibniz. Através da nova linguagem simbólica e das metodologias de resolução de cálculos matemáticos, Leibniz em

1676, desenvolveu o método de cálculo infinitesimal, dando origem às operações de integração e derivação, pilares da matemática pura.

De acordo com Foucault (1992, p. 72), “[...] o projeto leibniziano de estabelecer uma matemática das ordens qualitativas se acha no coração mesmo do pensamento clássico”. Sendo assim, na tentativa de se relacionar com o mundo, com suas coisas e consigo mesmo, alicerçado na relação da ordem e da medida, o homem viabilizou o desenvolvimento de cálculos das coisas incomensuráveis.

Agora se apresentava um novo modelo de saber baseado na ordem da representação, originando uma ciência algébrica, independente e moderna, que introduziu a dissociação do signo e da semelhança. Nesse contexto, a representação atua como mediadora entre o sujeito e o objeto. O sujeito apresenta-se como um ser racional, ativo, moderno, capaz de conhecer a natureza, seus objetos e a si mesmo, contrapondo-se ao homem medieval, que era apenas um contemplador da natureza, dominado pela fé e emoção, destituído da razão.

Para Kant, o homem passa a ser livre, autônomo, e responsável por seus atos, tornando-se sujeito do conhecimento, uma vez que o conhecimento é fruto da subjetividade, baseado na razão, mediado pela experiência. Assim sendo, o conhecimento se traduz a partir de representações mentais fundadas na razão.

No que se refere ao objeto, este é o conteúdo a ser apreendido. Ele é a própria realidade interna ou externa ao sujeito. O conhecimento só se efetiva à medida que o objeto do conhecimento se apresente ao sujeito do conhecimento por meio de sua representação, haja vista que o objeto não é acessível ao sujeito a não ser por meio de uma representação simbólica do objeto.

De acordo com Lefebvre (2001), o objeto matemático é definido pelos matemáticos platônicos como sendo entidades ideais que existem independentes do espírito humano e na visão dos matemáticos formalistas os objetos matemáticos são representados por deduções formais, axiomas e teoremas. Lefebvre afirma que o termo objeto agrega três particularidades: objeto material (representação), objeto conceitual (conceito) e uma idealidade matemática (a entidade). A apreensão do objeto matemático se configura mediante a sua materialização por meio de signos.

O signo é entendido como algo que equivale a alguma coisa para alguém. Na matemática, segundo Ladrière (1977, p. 20), “o termo signo toma aqui uma significação extremamente limitada: os signos de que nos ocuparemos são simplesmente símbolos, no sentido restrito do termo”. Trata-se, em essência, dos símbolos formais, aqueles da lógica e das matemáticas. Mais adiante, ele completa: “um símbolo formal é uma unidade elementar pertencente ao vocabulário de uma linguagem artificial completamente formalizada [...]”.

Os símbolos formais promovem o desenvolvimento do pensamento matemático, uma vez que formalizam uma linguagem matemática abrangente, baseada em convenções pré-estabelecidas, remetendo ao objeto matemático analogamente por meio de uma lei, de uma idéia não se constituindo no próprio objeto. O símbolo também é uma abstração do próprio objeto que simboliza, pois ele representa convenções de linguagem e de escrita padronizadas por um grupo de matemáticos, obedecendo a leis, convenções e linguagens. Tanto o sujeito do conhecimento, quanto o objeto do conhecimento fazem parte do sistema de representação mediado por um signo, uma simbologia, uma expressão que norteiam a teoria do conhecimento do mundo ocidental.

Como se viu até agora, o conhecimento matemático está fundamentado nas bases de sua representação. A representação em si é um modelo que se aproxima do objeto e da atividade cognitiva. Na seção seguinte, considerando-se a abstração que fundamenta o pensamento simbólico em matemática, defende-se o argumento de que para acessar objetos ou conceitos matemáticos, é preciso dissociá-los de suas representações e que, para isso, a melhor forma de apreensão dessa dissociação é conhecer e traduzir mutuamente os sistemas simbólicos disponíveis para cada objeto ou conceito matemático.

2.1.2 O desenvolvimento cognitivo do pensamento em Duval

O desenvolvimento das funções cognitivas fundamentais da mente humana está intimamente relacionado à questão semiótica, por meio da materialização de conceitos e objetos matemáticos por meio da escolha de múltiplos registros de representação semiótica.

Para Duval (1999) o termo registro de representação refere-se a um sistema semiótico que permite revelar ou explicar as propriedades do objeto. Sendo assim, um registro de representação semiótica possui funções de comunicação, de objetivação e de tratamento.

Nesse aspecto, é imprescindível destacar a diferença entre um registro de representação e um código. O registro representa ou determina diretamente um conteúdo de conhecimento, estando no nível cognitivo consciente, enquanto que um código se configura num nível de conhecimento não-consciente, ou seja, ele precisa ser decodificado para poder ser entendido.

Para Duval (1999, p. 1), todo conhecimento depende exclusivamente da mobilização desses dois níveis de sistemas semióticos, conforme ilustração 2:

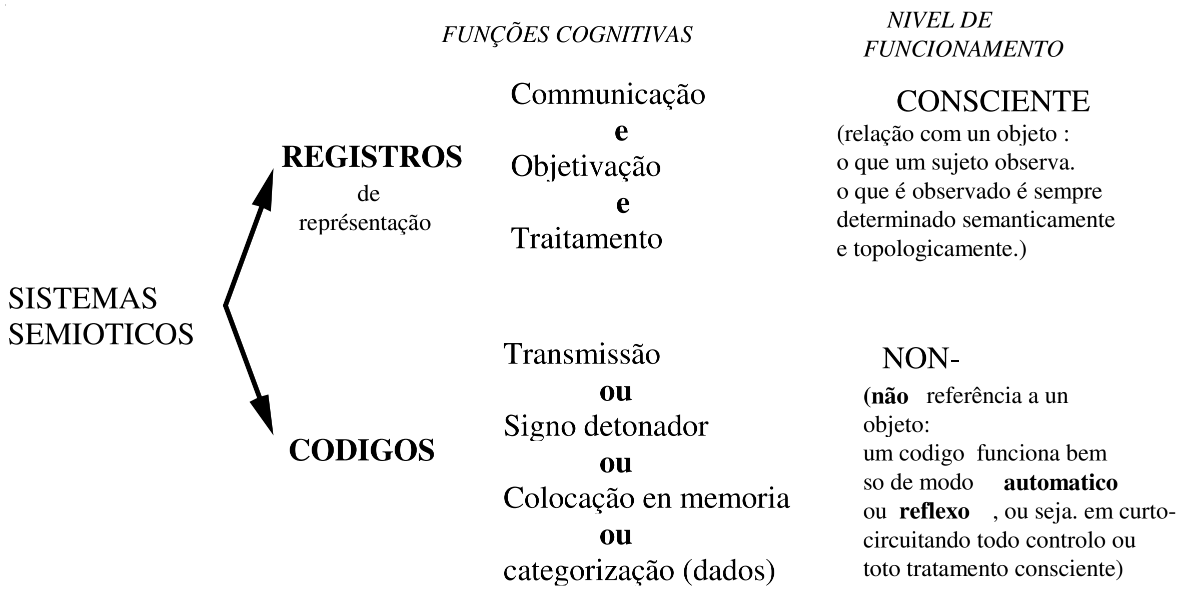


Ilustração 2 – Funções cognitivas e nível de funcionamento em sistemas semióticos.
Fonte: Duval, 1999, p. 21 *apud* Almouloud, 2007, p. 73

Os sistemas semióticos distinguem-se em registros de representação ou códigos, sendo que cada elemento do sistema semiótico possui diferentes funções cognitivas e distintos níveis de funcionamento. São funções cognitivas dos registros de representação: a comunicação, a objetivação e o tratamento, enquanto que a transmissão, signo detonador, a colocação em memória ou a categorização (dados) são funções cognitivas dos códigos.

Entende-se por nível de funcionamento consciente toda a ação que resulta dos registros de representação e que determinam a relação com um objeto. Enquanto que o nível de funcionamento não-consciente é definido por meio dos códigos e não fazem referência a um objeto. A codificação implica em fazer a junção entre as unidades de um código com as unidades de uma mensagem expressa ou objetivada num outro sistema semiótico.

Se para buscar o entendimento dos objetos matemáticos faz-se necessário mobilizar os dois níveis do funcionamento cognitivo: o consciente e o não-consciente, o que de fato materializa a apreensão dos objetos matemáticos são os registros de representação que operam estratégias conscientes. A importância de classificar os registros de representações conscientes está no fato de que os registros de representação semiótica possuem um papel primordial no desenvolvimento e funcionamento do pensamento cognitivo.

Segundo Almouloud (2007), para poder distinguir os diferentes tipos de representações, deve-se considerar a sua importância do ponto de vista cognitivo bem como os mecanismos mobilizados para produção destas representações. O sistema de produção determina a forma da representação e seu conteúdo por meio da representação do objeto. Essas representações surgem de dois tipos de sistemas: semióticos e físicos ou técnicos ou orgânicos.

Os sistemas semióticos fundamentam-se nas linguagens e na codificação, enquanto que os sistemas físicos ou técnicos se baseiam em instrumentos de óticas e os orgânicos em lembranças, imagens mentais, gestos e imagens dos sonhos.

As duas classes de representações conscientes classificam-se em: relação de referência, quando a representação é produzida em função de um sistema semiótico; e relação de dependência causal, que se dá em função de um sistema físico orgânico.

O desenvolvimento do funcionamento cognitivo baseado em registros de representação semiótica deriva ao mesmo tempo da compreensão da linguagem e da imagem. A apreensão dos conhecimentos, em especial dos conhecimentos matemáticos, depende da distinção entre registros de linguagem e imagem, haja vista que na matemática grega e medieval surgiram os primeiros registros de linguagem por meio de uma escrita algébrica que ao longo dos tempos se aperfeiçoou com o uso e aplicação de outras linguagens formais. A noção de imagem se evidencia a partir da representação dos objetos matemáticos por meio da utilização de figuras, gráficos e equações matemáticas.

Cabe salientar que os objetos matemáticos não podem ser confundidos com sua representação, pois esta tem o papel de aproximar o objeto de estudo a ser conhecido do sujeito do conhecimento. O grande paradoxo encontrado no desenvolvimento cognitivo em relação ao aprendizado de matemática, materializa-se na confusão da compreensão deste processo de entendimento em relação ao papel desempenhado pelas representações semióticas, no curso do desenvolvimento cognitivo do aluno.

Duval observa que os professores de matemática atribuem maior significação as representações mentais em detrimento das representações semióticas. As representações mentais são os conjuntos das imagens e as concepções que um indivíduo pode ter sobre um objeto, uma situação problema que lhe é associado. As representações semióticas são produções compostas pelo uso de sinais, convenções pertencentes a um sistema de representação que sofrem variações na sua significação e funcionamento.

A apreensão dos objetos matemáticos se efetua a nível conceitual, sendo que a utilização de representações semióticas possibilita o acesso ao objetivo central do aprendizado que é o objeto estudado e não a representação do mesmo.

> Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma formula algébrica, um grafismo são representações semióticas que revelam sistemas semióticos diferentes. Consideramos geralmente representações semióticas como um simples meio de exteriorização das representações mentais para fins de comunicação, quer dizer para fazê-las visíveis ou acessíveis a outros (DUVAL, 1993, p. 39).

Esta afirmativa é contraditória, pois as representações semióticas não cumprem apenas o papel de comunicação, mas estabelecem mecanismos de desenvolvimento do pensamento cognitivo, através do desenvolvimento das representações mentais, uma vez que elas dependem de uma internalização das representações semióticas. Além disso, as representações semióticas expressam a função de objetivação que independe da comunicação como também a função de tratamento dessas representações semióticas não pode ser substituída pelas mentais. Todo o conhecimento produzido cientificamente é pautado em múltiplas representações semióticas referente ao mesmo objeto.

O desenvolvimento do pensamento cognitivo humano está associado à multiplicidade de registros semióticos de representação, o que põe em evidência a distinção entre *semiose* e *noese*. Para Duval (1993, p. 39), semiose é “a apreensão ou a produção de uma representação semiótica”, enquanto noese é “a apreensão conceitual de um objeto”.

Vale destacar que a noese é inseparável da semiose, ou seja, não existe noese sem semiose. Assim, é imprescindível ao desenvolvimento cognitivo, a mobilização de vários registros semióticos de representação, tais como: utilização de linguagem natural, simbologias, gráficos, tabelas, teoremas, fórmulas, etc., na mesma atividade.

A organização coordenada de vários registros de representação semiótica auxilia o desenvolvimento da apreensão conceitual dos objetos matemáticos. Para isso, é necessário à distinção entre objeto e suas representações e que em cada uma dessas representações o objeto se materialize. Somente com a concretização dessas duas condições fundamentais é que uma representação semiótica atinge o objeto representado.

Um sistema semiótico cumpre o seu papel no desenvolvimento cognitivo quando permite a realização de três atividades fundamentais: a *formação de uma representação identificável*, os *tratamentos* e as *conversões.*

A *formação de uma representação identificável* surge como representação de um registro apresentado por meio da língua natural, de uma figura, gráficos, fórmulas, etc. que correspondem às unidades e às regras de formação que são pertinentes a um determinado registro de representação.

Os *tratamentos* são variações das representações no próprio registro onde a representação foi elaborada. São transformações internas aos registros de representação. Por exemplo: cálculos numéricos, algébricos, fracionários.

As *conversões* são modificações de uma representação em outro registro, quer dizer, em um registro diferente da representação original, mantendo uma parte ou conservando todo o conteúdo da representação inicial. A conversão se constitui entre registros diferentes. Por exemplo: de uma representação linguística para uma representação gráfica, de uma representação escrita para uma representação figural, de um sistema fracionário para sistema decimal, etc.

Para Duval (1993), o tratamento e a conversão são ferramentas importantes para a aquisição do entendimento acerca dos objetos matemáticos.

A conversão é uma atividade cognitiva que difere e independe do tratamento, não devendo ser confundida com a codificação e a interpretação. Por interpretação entende-se uma mudança de quadro teórico ou uma mudança de contexto. Ela não implica mudança de registro, porém mobiliza com frequência analogias. A codificação é a tradução de uma representação em outro sistema semiótico, que se utiliza de simbologias pré-definidas, sendo que essas substituições são feitas diretamente sobre os significantes que compõem a representação, sem considerar a organização da representação.

Em se tratando do ensino de matemática, Duval salienta que das três atividades cognitivas somente têm sido relevantes a formação da representação identificável e o tratamento. No entanto, o que garante a apreensão dos objetos matemáticos é a utilização dos mecanismos de conversão adequados. Da habilidade de conversão depreende-se o próprio conhecimento do objeto ou conceito matemático em questão, uma vez que é necessário preservar os conteúdos e alterar apenas as formas de representação para que essa operação seja bem sucedida. Disso se conclui que o efetivo aprendizado em matemática só ocorreria quando, utilizando-se de duas ou mais representações semióticas do mesmo objeto ou conceito matemático, o indivíduo conseguir dissociá-los.

2.2 ENSINO DE MATEMÁTICA

Nesta seção, apresentam-se: a perspectiva de Freire e D'Ambrósio para o ensino da matemática; a abordagem etnomatemática de D'Ambrósio, os Parâmetros Curriculares Nacionais, no que se refere ao ensino de matemática, a Proposta Curricular de Santa Catarina e o Projeto Político-Pedagógico da Escola de que as docentes fazem parte, e uma discussão sobre sequência e transposição didática.

2.2.1 A perspectiva de Freire e D'Ambrósio

O ensino tradicional de matemática baseia-se numa postura pedagógica docente centrada na transmissão de conceitos matemáticos desconectados da realidade. Ao professor, cabe o papel de mero transmissor e aos alunos, o papel de receptor passivo das informações. O desenvolvimento das aulas de matemática é acompanhado pela apresentação de conteúdos baseados em livros didáticos e resolução puramente mecânica de problemas e na memorização de fórmulas matemáticas, por meio de uma sequência lógico-dedutiva, sob uma forma acabada, utilizando-se de definições, teoremas e métodos pré-estabelecidos.

Para tornar significativo e contextualizado o ensino da matemática, surge o movimento da educação matemática preocupada com o processo de ensino e de aprendizagem, com a ação do professor e com a forma como o ensino da matemática vem sendo trabalhado nas escolas. Para Freire (1996), o ensino, em particular o da matemática, deve promover um aprendizado de forma autônoma e emancipatória. Em D'Ambrósio (1996), o saber matemático do aluno vem sendo negado em detrimento do saber acadêmico repassado pelos docentes, desencadeando uma ruptura do saber informal para o saber científico. Valorizar o saber fazer matemático de cada aluno é o objetivo central da etnomatemática. Assim, a etnomatemática surge como uma ferramenta capaz de valorizar o saber cultural de cada grupo, respeitando os valores e os saberes matemáticos intrínsecos e o papel do professor é parte fundamental nesse processo que deve ser pensado a partir da vivência dos educandos.

Conforme Santos (2007), a formação do professor, em particular o de matemática, resulta de um processo histórico-cultural atrelado a fortes resquícios de uma sociedade colonial, excludente, capitalista, antidemocrática e elitista que, ainda hoje, permeia os centros de formação acadêmica, tornando o professor de matemática alienado e refém de uma sociedade estruturada em classes, que visa manter a hegemonia da elite dominante. Dessa forma, a escola reproduz as condições sociais inerentes a um grupo determinado, ou seja, se a escola está inserida num meio social excludente, injusta, ela será também seletiva, injusta, excludente e não promoverá a emancipação política e sócio-cultural.

Para Bourdieu (2003), o sistema escolar mantém a estratificação das classes sociais, legitimando as desigualdades sócio-culturais, por meio de ideologias conservadoras, alijando os menos favorecidos do processo emancipatório, haja vista, que a maioria dos sistemas escolares brasileiros ratifica e naturaliza a manutenção do *status quo*.

O ensino da matemática exige respeito à autonomia do educando. Porém, o que se percebe é a figura do educador como centro do processo ensino aprendizagem, que desrespeita a curiosidade do aluno, seu modo de ser.

> É nesse sentido que o professor autoritário, que por isso mesmo afoga a liberdade do educando, amesquinhando o seu direito de estar sendo curioso e inquieto, tanto quanto o professor licencioso rompe com a radicalidade do ser humano – a de sua inconclusão assumida em que se enraíza a eticidade. [...] Saber que devo respeito à autonomia e a identidade do educando exige de mim uma prática em tudo coerente com este saber (FREIRE, 1996, p. 60).

O ensino tradicional de matemática é baseado em modelos homogêneos de sociedade e de cultura, que definem um papel ativo do docente e passivo do educando. Consequentemente, o conhecimento matemático dista da realidade sócio-cultural e isso se reflete no aprendizado do aluno. Trata-se do que Freire denomina de *educação bancária*, ou seja, aquela que parte do pressuposto de que os conteúdos são pré-definidos pelo educador sem anuência dos educandos. De acordo com Freire (1986, p. 38), "o educando recebe passivamente os conhecimentos, tornando-se um depósito do educador".

Enfatizando o manuseio de fórmulas e algoritmos, essa postura de ensino gera insucesso, repetência e alto índice de evasão escolar. Isso contribui para a geração de sujeitos passivos e alienados em detrimento da ausência do desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo, reforçando a estrutura de poder político e econômico vigente, e impedindo a ascensão social.

Pensar em um ensino de matemática significativo e contextualizado implica na reformulação do currículo pré-estabelecido, tornando-o capaz de inserir os conteúdos matemáticos que privilegiem o ambiente cultural do aluno, para que ele possa desenvolver a criticidade, bem como promover a cognição e a abstração por meio da interpretação dos objetos matemáticos. Conforme D'Ambrósio, "o currículo visto como estratégia como ação educativa, leva-nos a facilitar a troca de informações, conhecimentos e habilidades entre alunos e professor/alunos, por meio de uma socialização de esforços em direção a uma tarefa comum (2002, p. 89).

Nesta concepção, D'Ambrósio (1996) promove a autonomia político-social, fazendo com que os alunos ultrapassem sua relação de passividade, para a conquista plena de seus direitos como sujeitos capazes de transformar o meio onde estão inseridos, buscando a resolução de seus problemas, validando a sua própria identidade.

Freire, por sua vez, não foi apenas um teórico a apontar incongruências no sistema educacional brasileiro. Trata-se de um difusor comprometido em transformar a prática pedagógica em ações voltadas ao desenvolvimento sócio-político-cultural das camadas menos favorecidas. Destaca-se, em suas diversas obras, a importância do compromisso que deve ser assumido pelo professor diante da reflexão acerca de seu papel na sociedade, a fim de torná-lo um agente de transformação, por meio de sua postura pedagógica assumida.

Para ele, o educador se constitui num ser histórico e social, em constante mutação, buscando sempre adaptação ao meio sócio-cultural através da constante reflexão e aprimoramento de sua práxis pedagógica. Diz ele: "[...] A práxis, porém, é ação e reflexão dos homens sobre o mundo para transformá-lo" (1983, p. 40). É imprescindível que o professor tenha consciência que, enquanto ser histórico necessita de um constante aprimoramento acerca de sua própria formação.

O pensamento de Freire (1996) enfatiza que a escola desconsidera as vivências e as experiências trazidas pelo aluno, negando a identidade cultural, através da imposição de um currículo escolar. O aluno precisa sentir parte integrante do contexto escolar e constatar que a sua realidade é considerada, pois assim a significação dos conhecimentos matemáticos trazidos por ele passa a ser validada pelo sistema escolar.

> Quando o homem compreende sua realidade, pode levantar hipóteses sobre o desafio dessa realidade e procurar soluções. Assim, pode transformá-la e com seu trabalho pode criar um mundo próprio: seu eu e suas circunstâncias (FREIRE, 1993, p. 30).

No desenvolvimento do processo de ensino e de aprendizagem, os conceitos matemáticos são construídos efetivamente, quando os conhecimentos informais trazidos pelos alunos são relacionados com o saber científico, resultando na reelaboração de novos conceitos e na aplicação do mesmo na tentativa de resolver questões pertinentes a sua realidade.

D’Ambrósio (1993) defende a tese da construção de uma proposta pedagógica ampla e estruturada sobre um currículo dinâmico, relacionado às questões inerentes ao meio cultural propondo uma abordagem holística. Desta forma, ele considera que um currículo deve refletir o que está acontecendo na sociedade.

> A dinâmica curricular sempre pergunta “onde” e “quando” um currículo tem lugar e o problema chave na dinâmica curricular é relacionar o momento social, tempo e lugar, para o currículo, na forma de objetivos, conteúdos e métodos de uma forma integrada. O momento social é mais do que simplesmente tempo e local ou quando e onde. Trago à tona uma dimensão extra de natureza mais complexa, que é a diversidade cultural (D’ AMBROSIO, 1993, p. 64).

2.2.2 A etnomatemática

A etnomatemática surgiu no Brasil em 1976, a partir dos trabalhos de Ubiratan D’Ambrosio e foi consagrada mundialmente pela conferência magna de abertura do V Congresso Internacional de Educação Matemática em 1984, em Adelaide, Austrália. O termo etnomatemática deriva de: *etno* (ambiente natural e cultural) + *matema* (conhecer, explicar, entender, lidar com o ambiente) + *tica* (artes, técnicas, modos e maneiras de). Sendo assim, define-se etnomatemática como o conjunto de artes, técnicas, modos de conhecer, explicar, entender, lidar com os diversos ambientes naturais e sociais, produzidos por uma determinada cultura.

Se a matemática compete lidar com maneiras de comparar, classificar, ordenar, medir e contar, atuando como um suporte no desenvolvimento das artes e técnicas presentes nas mais variadas culturas, a etnomatemática visa traduzir o ensino de matemática desenvolvido nas escolas formais, cujo fundamento está alicerçado no conhecimento científico, buscando um elo entre este conhecimento e o saber informal inerente aos alunos oriundos de diversas culturas.

Sabe-se que normalmente o conhecimento informal não é considerado pelos docentes, haja vista que a grande maioria baseia-se apenas no conhecimento matemático catedrático, tornando o processo ensino aprendizagem desconectado da realidade sócio-cultural.

Para D’Ambrosio (2001, p. 9),

> além do caráter antropológico, a etnomatemática tem um indiscutível foco político. A etnomatemática é embebida de ética, focalizada na recuperação da dignidade cultural do ser humano. A dignidade do indivíduo é violentada pela exclusão social, que se dá muitas vezes por não passar pelas barreiras discriminatórias estabelecidas pela sociedade dominante, inclusive e, principalmente, no sistema escolar.

O saber informal é produzido nos diferentes grupos culturais e transformado em conhecimento científico pela escola, devendo priorizar o ser humano e a sua dignidade como entidade cultural. Todavia, o que se percebe é uma negação desse saber advindo dessas culturas e a incorporação do mesmo num padrão formal de educação pré-estabelecido pela sociedade dominante.

> Ao reconhecer que os indivíduos de uma nação, de uma comunidade, de um grupo compartilham seus conhecimentos, tais como a linguagem, os sistemas de explicações, os mitos e cultos, a culinária e os costumes, e tem seus comportamentos compatibilizados e subordinados a sistema de valores acordados pelo grupo, dizemos que esse indivíduo pertence a uma cultura (D’AMBRÓSIO, 2001 p. 18).

O encontro entre indivíduos implica uma interação de culturas que estão em constante transformação, onde as distintas maneiras de fazer (práticas) e de saber (teorias) são parte do conhecimento compartilhado e do comportamento compatibilizado. A etnomatemática passa a ser vista como um método de interpretação entre as diversas culturas através de um método comum de comunicação.

Os povos e as suas culturas, ao longo dos anos, vêm desenvolvendo diversos métodos com o intuito de conhecer, explicar e transformar a própria realidade. Isso é um processo natural, dinâmico e evolutivo na busca de soluções para os problemas que emergem dentro de cada grupo cultural, a fim de afirmar e difundir sua própria cultura.

Nesse contexto, a etnomatemática surge como um ideário capaz de entender o saber fazer matemático ao longo dos tempos e de relacioná-lo aos diversos grupos sociais, preservando suas peculiaridades. Esse saber fazer matemático deve ser contextualizado e embasado em fatores naturais e sociais.

Para D’Ambrosio, todo o saber cotidiano matemático trazido para a escola deverá possibilitar uma visão crítica da realidade. Para isso, é necessária a contextualização do saber fazer matemático. Contudo, o ensino da matemática na escola se faz de modo fragmentado e descontextualizado da necessidade cotidiana dos alunos. O fazer matemático de cada cultura não é traduzido pelos professores no repasse e elaboração de conceitos matemáticos, desencadeando um distanciamento entre a proposta de ensino traduzida pelos livros didáticos e pela bagagem intelectual do professor e o saber informal do aluno. O aluno, por sua vez, precisa partir da realidade concreta para então emancipar-se cognitivamente, abstraindo o conhecimento matemático formal.

> O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura. (D'AMBROSIO, 2001 p. 22).

A matemática surge da necessidade de sobrevivência e evolução de cada grupo cultural, embasada no tempo e no espaço e em teorias e práticas que se relacionam com a elaboração de conhecimento e decisões de comportamentos a partir de sua realidade natural. O saber informal se propaga através das experiências e ações resultando em novos saberes, interferindo no comportamento e na geração de novos conhecimentos, que por sua vez, são compartilhados entre os indivíduos de certo grupo e constituem sua cultura.

Ao longo da história, a matemática vem desenvolvendo os instrumentos intelectuais para sua crítica e para a incorporação de elementos de outros sistemas de conhecimentos, com os quais a mesma evolui na busca da resolução de problemas e dos anseios de determinados grupos culturais.

> É importante notar que a aceitação e a incorporação de outras maneiras de analisar e explicar fatos e fenômenos, como é o caso das etnomatemáticas, se dá sempre em paralelo com outras manifestações da cultura (D'AMBROSIO, 2001, p. 29).

Em educação, faz-se necessário analisar o tempo/espaço cultural que cada grupo está inserido. A matemática como disciplina precisa possuir um currículo adaptado a este momento cultural, onde se encontra a experiência individual ou coletiva de cada pessoa. Embora a construção do conhecimento seja individual e assentado em informações do meio real, é no encontro entre os indivíduos que a comunicação ocorre. A troca de idéias entre os diversos indivíduos resulta num novo conhecimento de forma dialética. Mediar as inter-relações sociais, culturais e políticas é dever da escola.

A Etnomatemática surge como uma tendência importante na geração de sistemas de conhecimento e comportamento que se fazem essenciais para o conhecimento do ambiente, onde estão inseridos os indivíduos de um determinado grupo cultural, bem como sua sobrevivência e transcendência.

O ensino da matemática aplicado nas escolas justifica-se por teorias de comportamento e de aprendizagem seletivas através da imposição e aplicação de currículos descontextualizados gerando um desinteresse por parte dos educandos que em função da heterogeneidade acabam sendo excluídos do processo de ensino e de aprendizagem, por meio da repetência, reprovação e evasão.

Conforme D'Ambrosio (2001, p. 41),

> [...] cada indivíduo carrega consigo raízes culturais, que vem de sua casa, desde que nasce. Aprende dos pais, dos amigos, da vizinhança, da comunidade. O indivíduo passa alguns anos adquirindo essas raízes. Ao chegar à escola normalmente existe um processo de aprimoramento, transformação e substituição dessas raízes.

A escola, ao romper com as raízes dos indivíduos, produz resultados perniciosos, assinalando o controle do exercício do poder, contribuindo para a marginalização do ensino. A etnomatemática se encaixa nesse processo com a função restauradora da dignidade dos indivíduos, tornando-os autônomos e integrantes do processo de ensino e de aprendizagem.

A tendência etnomatemática não emerge com o objetivo de negar a matemática acadêmica, mas sim como um instrumento norteador e facilitador da aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Muitos desses conhecimentos da matemática acadêmica são desinteressantes e descontextualizados, criando uma barreira entre o saber fazer cotidiano e o saber fazer acadêmico. Portanto, essa tendência tem como foco primordial a transformação do conhecimento estático da matemática em conhecimento dinâmico, vivo e significativo.

> A proposta pedagógica da etnomatemática é fazer da matemática algo vivo, lidando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui]. E, através da crítica, questionar o aqui e agora. Ao fazer isso, mergulhamos nas raízes culturais e praticamos dinâmica cultural. Estamos, efetivamente, reconhecendo na educação a importância das várias culturas e tradições na formação de uma nova civilização, transcultural e transdisciplinar (D'AMBROSIO, 2001, p. 46).

Para transformar o ensino da matemática e contextualizá-lo à realidade do aluno faz-se necessário a inserção da escola no contexto social, trabalhando e conhecendo a realidade local, bem como a cultura desse povo. A partir disso, haverá uma integração significativa entre escola e comunidade, em que o aluno constrói o conhecimento científico a partir do saber popular. As inter-relações entre o saber popular e o científico devem possibilitar aos alunos a compreensão da sua própria cultura, bem como ter conhecimento e acesso as produções científicas e tecnológicas atuais.

A matemática é constituída por uma linguagem não-verbal, mas que faz uso da linguagem verbal para a transmissão de seus conceitos e valores. A matemática enquanto disciplina é considerada lógica e abstrata e isso a torna complexa e descontextualizada. A passagem do concreto ao abstrato vai ao encontro da metodologia proposta pela etnomatemática, pois essa tendência prioriza a contextualização e a significância do ensino.

No que se refere à capacidade cognitiva, o ensino deve ser visto não como uma mera transmissão de técnicas, conteúdos e ou memorização de conceitos, mas sim o ato de ensinar está ligado diretamente às habilidades cognitivas dentro de um contexto cultural.

A questão crucial da educação matemática nos dias atuais é possibilitar aos educandos instrumentos para que desenvolvam as habilidades cognitivas de forma holística. A busca por um ensino de qualidade e atraente passou a ser o objetivo da maioria das instituições escolares, para isso faz-se necessário a inserção de conteúdos significativos, pois se observa que há maior dificuldade de aprendizagem no que o aluno não percebe como fundamental ou aplicável.

Diante dessas afirmações, reconhece-se a etnomatemática como uma das tendências da *educação matemática* capaz de modificar a postura pedagógica dos educadores tornando o ensino de matemática significativo e igualitário, promovendo uma nova organização social vinculada aos anseios do educando de forma a oportunizar a sua emancipação político-pedagógica. Para ratificar esses dizeres, o presente trabalho busca nos textos dos Parâmetros Curriculares Nacionais, Proposta Curricular de Santa Catarina e Projeto Político Pedagógico da escola pesquisada formas de validar esses conceitos.

2.2.3 Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) têm como diretriz, nortear e ampliar as discussões acerca do ensino de matemática no âmbito nacional, por meio da divulgação de pesquisas e estudos, com o intuito de aperfeiçoar as relações entre os professores de matemática das diversas esferas educacionais do país. Esse documento constitui-se em um referencial teórico norteador da prática escolar, objetivando o acesso ao conhecimento matemático, por meio da criação de mecanismos de inserção de crianças e jovens na sociedade, ampliando suas relações sócio-culturais, possibilitando o ingresso no mundo do trabalho e corroborando para o desenvolvimento pleno da cidadania.

Os PCN (1998), contribuem para a elaboração do currículo e isso implica numa mudança de postura pedagógica, pois tanto a formação inicial quanto a continuada dos professores, sofre influência dessa orientação curricular, uma vez refletida na produção de materiais didáticos, a fim de tornar a proposta educacional do ensino de matemática no ensino fundamental significativa e contextualizada.

Esse documento está alicerçado em pressupostos básicos: o entendimento de que o ensino de matemática vigente na grande parte das escolas brasileiras se traduz como excludente, seletivo e descontextualizado, e que a matemática é uma das áreas mais responsáveis pela continuidade dos estudos por parte dos alunos, atuando como um forte filtro social. Por outro lado, existe a preocupação de reverter essa situação, através de uma política educacional que assegure a esses alunos o acesso a um ensino de matemática de qualidade, capaz de oferecer os subsídios necessários para a formação de sua criticidade, bem como para o pleno exercício da cidadania.

Os PCN (1998) de Matemática enfatizam a importância de construir um elo entre a matemática e os Temas Transversais, com o intuito de revelar ao aluno a importância da matemática como uma ferramenta capaz de compreender a realidade no seu entorno, por meio do desenvolvimento da curiosidade, do raciocínio lógico e da capacidade de resolução de problemas, cultivando a auto-estima e respeito ao trabalho em conjunto.

Esse documento sugere que a seleção dos conteúdos tenha como premissa básica a relevância social, bem como a contribuição para o pleno desenvolvimento cognitivo em cada ciclo. Enfatizam também que a resolução de problemas atua como ponto de partida para o desenvolvimento das atividades matemáticas.

O ensino dos objetos matemáticos no ensino fundamental não deve partir apenas do entendimento dos conceitos, mas também buscar a dimensão de procedimentos e atitudes, por meio da incorporação de estudos pertinentes, como probabilidade e estatística, bem como reconhecer a importância da geometria e das noções de medidas no trato do desenvolvimento das capacidades cognitivas.

Quanto ao aspecto avaliativo adotado no ensino fundamental, observa-se que a avaliação deve ser processual e diagnóstica, para distinguir os problemas, corrigir procedimentos e reorientar a prática pedagógica.

Para aprender e ensinar matemática no ensino fundamental deve-se partir da análise de todos os elementos envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem: as relações entre aluno, professor e saber.

Cabe ao professor do ensino fundamental, segundo os PCN de Matemática (BRASIL,1998, p. 36),

- identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações;
- conhecer a história de vida dos alunos, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;
- ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática,uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas,a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.

A relação entre professores e saber matemático é mediada pela incorporação dos conhecimentos acerca dessa ciência por parte do professor, subentendendo que a mesma não se trata de verdade absoluta, mas sofre modificações ao longo dos anos. Trata-se de uma ciência dinâmica e atuante. Para desempenhar o papel de interlocutor entre o conhecimento matemático e o aluno, é imprescindível ao professor o conhecimento de tal relação.

Dessa forma, vincular o saber matemático científico ao saber ensinado exige uma transposição didática condizente com a realidade escolar, pois o conhecimento que muitas vezes se apresenta ao aluno é revestido de uma cópia integral do objeto da ciência, dificultando a apreensão de conceitos dos objetos matemáticos.

A forma de transpor o saber científico em saber escolar não se resume apenas nas mudanças de origem epistemológica, mas sim nos aspectos sócio-culturais, que se concretizam na organização de conhecimentos intermediários intelectualmente formadores. O conhecimento é plenamente concretizado quando é mobilizado e associado a realidade do aluno. Para tanto, deve ser contextualizado na prática docente, descontextualizado para o científico e recontextualizado em outras situações. Se não sair do contexto cotidiano não tem o poder de ser aplicadas as situações novas ou mais complexas.

A escola tem por função potencializar a capacidade dos alunos, uma vez que é intrínseca a eles a capacidade cotidiana para resolução de problemas matemáticos, por meio da busca e seleção de informações. Sendo assim, a aprendizagem se torna significativa no repasse e na construção de novos conceitos relacionados com as conexões estabelecidas entre o saber matemático formal e o conhecimento matemático prévio do aluno. Cabe à escola, apenas formalizar e padronizar o saber informal do aluno, pois ele reconhece princípios gerais, tais como: noções de proporção, igualdade, composição e decomposição, indução, dedução, presentes tanto nos aspectos com números e operações, quanto nos aspectos com o espaço, forma e medidas.

A postura pedagógica adotada pelo professor de matemática ao abordar conceitos matemáticos tem sido pautada pela apresentação oral dos conteúdos, partindo das definições dos conceitos, exemplificações, resolução de problemas de fixação e memorização, pressupondo que o aluno através da reprodução efetive a aprendizagem matemática. Percebe-se, assim, a presença de uma prática pedagógica ineficaz. Ou seja, há ações mecânicas repetitivas por parte dos alunos simplesmente, que realmente não apreendem, pois não conseguem aplicar esses conhecimentos em outros contextos.

Urge repensar o papel do aluno e do professor diante do saber. É preciso oferecer mecanismos ao aluno para que ele saia da posição de mero reprodutor do conhecimento matemático para um agente de construção de seu próprio saber. Quanto ao professor de matemática, faz-se necessário remodelar a sua postura pedagógica, uma vez reconhecendo o aluno como agente de construção do saber, sua postura ganha novas dimensões.

É necessário que o professor cumpra com a tarefa de organizador, facilitador e mediador do entendimento dos objetos matemáticos. Para tanto, ele deve reconhecer o ambiente sócio-cultural, as expectativas e as habilidades cognitivas dos alunos, para então propor atividades que efetivamente desenvolvam a aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

A interação entre os alunos na sala de aula possibilita a integração, como também a busca da resolução dos problemas propostos, promovendo o desenvolvimento cognitivo, afetivo e a inserção social.

Os PCN de Matemática (BRASIL, 1998, p. 39) preconizam que o trabalho coletivo desenvolve capacidades como,

- perceber que além de buscar a solução para uma situação proposta devem cooperar para resolvê-la e chegar a um consenso;
- saber explicitar o próprio pensamento e procurar compreender o pensamento do outro;
- discutir as dúvidas, supor que as soluções dos outros podem fazer sentido e persistir na tentativa de construir suas próprias idéias;
- incorporar soluções alternativas, reestruturar e ampliar a compreensão acerca dos conceitos envolvidos nas situações e, desse modo, aprender.

O desenvolvimento pleno dessas aprendizagens somente se concretizará quando o professor de matemática oferecer situações de trabalho em que o aluno possa desenvolver seu senso crítico, sua capacidade de elaboração e comparação e de síntese de idéias. Faz-se necessário o estabelecimento das relações pertinentes ao papel desempenhado nas interações entre professor e aluno e entre os alunos.

O saber matemático apresenta-se nas escolas de forma desconectada em relação aos conceitos, uma vez que o mesmo é abordado de forma abstrata, incompreensível, revestido por um discurso simbólico que privilegia a mera imitação/cópia de problemas propostos. Sendo assim, a aprendizagem dos objetos matemáticos se concretizará a partir do instante em que a proposição dos problemas apresentados imponha um maior grau de dificuldade, por meio de situações desafiadoras aos alunos, fazendo com que esses busquem alternativas, estratégias, hipóteses a fim de elucidar as questões propostas.

A própria Matemática surgiu da necessidade de resolução de problemas nos mais diferentes contextos e níveis de abstração, produzidos em sua totalidade por questões práticas/cotidianas (divisão de terras, comércio de troca de mercadorias) e por problemas atrelados as demais ciências da natureza (Física e Química) e também por problemas de ordem interna.

Organizar o processo de ensino e de aprendizagem de matemática a partir da resolução de problemas baseia-se nos seguintes princípios:

> - a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
> - o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
> - aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;
> - um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
> - a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1998, p. 40).

Diante do exposto, subentende-se que resolver um problema de ordem matemática não garante que o aluno apreendeu os conceitos matemáticos, isso só ocorre quando o mesmo desenvolve habilidades para construir novos caminhos na resolução do problema através de uma ação refletida, sem que seja um mero exercício de repetição do processo de aprendizagem baseado em modelos pré-estabelecidos.

A análise crítica acerca da estruturação dos PCN em relação ao processo de ensino e aprendizagem de matemática evidencia uma preocupação generalizada no que tange ao papel da educação matemática como elemento responsável pela capacitação plena do aluno, tornando-o apto ao exercício da cidadania, tendo como ponto de partida a resolução de problemas como pressupostos para objetivar a aprendizagem dos objetos matemáticos.

O estudo acerca do ensino de matemática apresentado nas escolas brasileiras revela que os conteúdos de matemática estruturados nos currículos escolares apresentam-se fragmentados, isolados sem vinculação entre si, ou seja, são abordadas as noções de conceitos matemáticos de uma única forma e ao mesmo tempo, sem haver conexões entre as variadas formas de registros semióticos.

Os PCN de Matemática (BRASIL, 2005, p. 22) enfatizam que

> o que também se observa em termos escolares é que muitas vezes os conteúdos matemáticos são tratados isoladamente e são apresentados e exauridos num único momento. Quando acontece de serem retomados (geralmente num mesmo nível de aprofundamento, apoiando-se nos mesmos recursos), é apenas com a perspectiva de utilizá-los como ferramentas para a aprendizagem de novas noções. De modo geral, parece não se levar em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos.

Observa-se uma intencionalidade de aproximar a apreensão dos conceitos matemáticos enfocando as idéias de Duval no que se refere às noções de registros de representação semiótica, uma vez que o documento faz uma menção clara à importância de relacionar os conceitos matemáticos entre si através de novas extensões, representações ou conexões.

> Essas características permitem conceber o saber matemático como algo flexível e maleável às inter-relações entre os seus vários conceitos e entre os seus vários modos de representação; e, também, permeável aos problemas nos vários outros campos científicos. Um saber matemático desse tipo pode ser o motor de inovações e de superação dos obstáculos, desde os mais simples até aqueles que significam verdadeiras barreiras epistemológicas no seu desenvolvimento. (BRASIL, 2005, p. 26)

Embora a organização desse documento aponte referenciais teóricos sobre noções de registro de representação semiótica, o texto apresentado não evidencia a importância da utilização dos registros de representação semiótica como ferramentas fundamentais ao desenvolvimento do pensamento cognitivo matemático como um saber alicerçado na ordem da representação, dando prioridade apenas para a resolução de situações-problema como ponto inicial da aprendizagem matemática, sem apontar caminhos para a efetiva apreensão acerca dos objetos matemáticos posto em questão.

Entende-se que o saber matemático escolar depende de um conjunto de registros de representações coordenados entre si, com a intencionalidade de conceituar os objetos matemáticos por meio da relação entre o sujeito do conhecimento, o objeto do conhecimento e as múltiplas formas de representação.

Os PCN de Matemática para o Ensino Fundamental trazem implícita uma abordagem semiótica dos fundamentos da aprendizagem matemática, sugerindo a necessidade de incorporação das ideias de Duval na elaboração das propostas curriculares no ambiente escolar em nível nacional e por extensão aos estados e municípios da federação.

Embora os PCN tenham traçado metas objetivando melhorar o processo de ensino e aprendizagem de matemática no ensino fundamental, percebe-se que um dos entraves para a consolidação de propostas alternativas do ensino de matemática relaciona-se com a formação academica inicial e continuada dos docentes destituída de conhecimentos acerca das teorias de semiótica, bem como dos registros de representação semiótica abordados por Duval.

Os docentes, ao desempenharem o papel de articuladores e mediadores do processo de ensino e aprendizagem, devem buscar relacionar os PCN com a elaboração do currículo de matemática no ambito escolar, de modo que ocorra a inserção e o reconhecimento do uso de representações semióticas, uma vez que a matemática utiliza uma linguagem simbólica e opera com representações na construção da conceitualização dos objetos matemáticos. Assim como Duval, esta pesquisa defende o argumento de que o desevolvimento do pensamento cognitivo do aluno desenvolve-se a partir da mobilização de vários registros de representação semiótica.

2.2.4 Proposta Curricular de Santa Catarina

O Estado de Santa Catarina iniciou em 1988, com a Secretaria de Educação, em conjunto com um grupo multidisciplinar de professores, a Proposta Curricular de Santa Catarina, cuja primeira edição, em 1991, tinha como objetivo nortear a prática pedagógica dos professores do referido Estado, por meio de discussões visando ao aprimoramento dos pressupostos teórico-metodológicos. No ano de 1998, surgiu a segunda versão da proposta curricular com a inclusão de três volumes: Disciplinas Curriculares, Temas Multidisciplinares e Formação Docente do Magistério. Em 2005, foi elaborado um caderno denominado Estudos Temáticos cujo objetivo foi ampliar e refletir seis temáticas (educação e infância, alfabetização com letramento, educação e trabalho, educação de trabalhadores, ensino noturno e educação de jovens) relevantes e subsidiadoras de políticas públicas para a educação do Estado de Santa Catarina.

Desde a primeira versão em 1991, optou-se por adotar uma abordagem filosófica fundamentada no materialismo histórico e dialético.

> O ser humano (sujeito da educação) é um ser social e histórico. No seu âmbito teórico, isto significa ser resultado de um processo histórico, conduzido pelo próprio homem. [...] Somente com um esforço dialético é possível compreender que os seres humanos fazem sua história, ao mesmo tempo em que são determinados por ela. Somente a compreensão da história como elaboração humana é capaz de sustentar esse entendimento, sem cair em raciocínios lineares (SANTA CATARINA, 2005, p. 11).

Dessa forma, busca-se compreender o entendimento do conceito de homem, sociedade, educação, aprendizagem e, posteriormente, por meio do processo de ensino e de aprendizagem, definir que tipo de homem se quer formar e para qual sociedade.

A escola pública de Santa Catarina, pautada na matriz epistemológica histórico-cultural, vem organizando um currículo que promove o desenvolvimento de identidades individuais e sociais, respeitando a cultura e as especificidades de organização de cada sociedade. Sendo assim, a escola assume um papel relevante como legitimadora do acesso ao conhecimento historicamente construído alicerçado no Projeto Político Pedagógico. O Projeto Político Pedagógico nas escolas é um instrumento de mobilização de toda ação educativa, voltado para a melhoria e qualidade de todo processo de ensino e de aprendizagem.

A Proposta Curricular de Santa Catarina reconhece o ensino dos objetos matemáticos como algo dinâmico, construído historicamente, baseado nas necessidades e anseios da sociedade. Ratifica que a apropriação do conhecimento matemático pelo aluno se dá de forma gradativa, por meio da interação e reflexão no ato pedagógico.

Os conteúdos de matemática, segundo a Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina, estão organizados em quatro campos do conhecimento: Numéricos, Algébricos, Geométricos e Estatística e Probabilidades. Esse documento preconiza uma metotologia articuladora entre os campos do conhecimento matemático, promovendo a conexão e evitando a linearidade da abordagem dos conteúdos matemáticos.

Vygotsky (1989) enfatiza a relação entre os conceitos científicos e espontâneos como elementos importantes para a aprendizagem, pois

> ainda que sigam caminhos diferenciados no seu desenvolvimento, estes dois processos estão intimamente relacionados. Ao invés de se contraporem, há que se falar em uma mútua aproximação: os conceitos espontâneos da criança se

> desenvolvem na prática cotidiana, a partir de situações empíricas, e os conceitos científicos se desenvolvem a partir de propriedades mais complexas e superiores, em situações de aprendizagem sistematizadas (SANTA CATARINA, 2005, p. 115).

Sendo assim, entende-se que o desenvolvimento dos conceitos científicos depende do desenvolvimento dos conceitos espontâneos adquiridos pelas crianças em sua relação com o cotidiano por meio de situações concretas e empíricas. Essa relação dual entre o conhecimento científico e espontâneo possibilita a inter-relação entre a Zona de Desenvolvimento Proximal e o nível atual de desenvolvimento.

O entendimento dessa relação é essencial para subsidiar a prática escolar no que se refere à aprendizagem de matemática, pois o confronto entre o saber formal contextualizado e o saber informal descontextualizado, evidenciado principalmente nas séries iniciais do ensino fundamental, deve traduzir-se numa linguagem que busque aproximar o conhecimento científico do entendimento do aluno, para que o mesmo possa a partir da apreensão de conceitos saber generalizar, abstrair e aplicar a outras situações-problemas.

No entender da Proposta, a Educação Matemática é vista como uma área do conhecimento que se inter-relaciona com as demais áreas do conhecimento, tais como: Filosofia, Sociologia, História, Psicologia etc., buscando elementos norteadores no que diz respeito à formação de cidadãos críticos, capazes de resolver os problemas apresentados pelo desenvolvimento tecnológico moderno.

A matemática se constitui numa forma de expressão por meio de uma linguagem socialmente produzida, capaz de representar o mundo real e sua multiplicidade de fenômenos. Cabe ao professor de matemática atuar como mediador entre o conhecimento acumulado pelo aluno e o conhecimento formal produzido pela escola, criando mecanismos que possibilitem a sistematização do conhecimento matemático a partir da experiência vivenciada pelo aluno, desenvolvendo sua cidadania. Diante disso, pensa-se o projeto político-pedagógico da escola como ferramenta capaz de assegurar e reconhecer as diferenças pertinentes a cada grupo cultural.

2.2.5 Projeto Político-Pedagógico da Escola

A Secretaria Municipal de Educação à qual as professoras pertencem baliza o ensino de matemática na matriz curricular do Estado de Santa Catarina, adequando-a a sua realidade local por meio de Projetos Político-Pedagógicos (PPP). Esses projetos foram elaborados pelas escolas municipais, objetivando organizar o trabalho pedagógico, no sentido de trabalhar os conflitos na busca de superar relações competitivas e autoritárias, diminuindo a fragmentação escolar.

O PPP, construído pela discussão, análise e posicionamento de seus vários atores sociais, organiza-se em nível pedagógico e político. Do ponto de vista político, objetiva a formação de um determinado tipo de homem, escola e sociedade, comprometendo-se com a concretização desta intencionalidade. Do ponto de vista pedagógico, efetiva essas concepções por meio da ação educativa, que remete a uma reflexão sobre a relação do homem no mundo e com o mundo e a explicação destes determinantes.

No que tange ao ensino de matemática, o documento compromete-se que a escola deva assegurar o reconhecimento das diferenças existentes entre os alunos, que nem todos aprendem do mesmo modo, pois cada aluno possui interesses e habilidades peculiares.

A escola, por sua vez, deve potencializar as capacidades dos alunos, selecionando e tratando os conteúdos matemáticos, com o intuito de auxiliá-los no desenvolvimento pleno de suas capacidades de ordem cognitiva, afetiva, física, ética, estética e a relação interpessoal ao longo do ensino fundamental.

Repensar sobre o papel e sobre a função da educação escolar, seu foco, sua finalidade, seus valores é, segundo o documento, uma necessidade essencial. Isso significa que a escola deva considerar características, anseios necessidades e motivações dos alunos, da comunidade local e da sociedade em que ela se insere.

A escola pesquisada apresenta uma matriz curricular voltada para o ensino fundamental definida pelo Parecer 461/98 CEE, aprovado em 15/12/98, autorizada pela Portaria E/005/SED, de 19/01/99 e implantada no Sistema Educacional de Registro e Informação Escolar – SERIE.

A alteração da matriz curricular pode ser discutida no âmbito da respectiva escola. Isso somente pode ocorrer com autorização de acordo com as normas e determinações da Secretaria Municipal de Educação, mantenedora da Rede Municipal. A partir de 2005 não devem ser encaminhados ao CEE processos específicos de alteração da Matriz Curricular. A Matriz Curricular, parte substantiva do projeto político pedagógico é responsabilidade da Unidade Escolar respeitada às bases legais e normas da mantenedora.

Para que seja assegurado que as ações preconizadas nos textos discutidos nos Parâmetros Curriculares Nacionais, Proposta Curricular de Santa Catarina e Projeto Político-Pedagógico faz-se necessário que o professor tenha conhecimento de conceitos como o de transposição didática, como forma de contextualização e objetivação do processo de ensino e de aprendizagem.

2.2.6 Sequência e transposição didática

Por sequência didática, define-se, aqui, um conjunto encadeado de passos ou etapas para tornar mais eficiente o processo de aprendizado. Em Brousseau (1986, p.35) sequência didática é definida como "um conjunto de condições potencialmente capaz de gerar a produção de um conhecimento determinado, como resposta a um problema proposto e graças a uma interação do aluno com o meio didático que foi criado".

Apesar de não ser esse o foco desse trabalho, pois nos valemos da experiência que o grupo possuía para a elaboração de suas sequências, acredita-se que o trabalho pedagógico organizado a partir de sequências didáticas oferece importantes elementos na construção do conhecimento por parte do educando.

A transposição didática, por sua vez, é o processo de conversão entre o saber científico e o saber a ser ensinado. O saber científico, produzido pelos cientistas, sofre modificações quando ocorre a passagem deste ao conhecimento que deve ser ensinado no ambiente escolar. O conhecimento científico no espaço escolar transforma-se em objeto de ensino por meio de conteúdos curriculares dirigidos aos alunos.

O termo transposição didática foi criado pelo sociólogo Michel Verret, em 1975. Porém, em 1985, o matemático Yves Chevallard traz à tona essa idéia em seu livro *La transposition didatique* e a insere num contexto mais específico, criando uma teoria capaz de analisar e resolver situações importantes no domínio da didática da matemática, evidenciando a diferença entre o saber acadêmico e o saber escolar uma vez que ambos possuem origens e funções diferenciadas. [5]

A didática da matemática, ramo da educação matemática, tem por objetivo estudar e elaborar conceitos e teorias relacionadas aos saberes matemáticos vinculados ao saber escolar matemático, fundamentado na experiência da práxis pedagógica e na teoria acadêmica.

Compete à didática da matemática o estudo dos conceitos didáticos, valorizando sua particularidade educacional e científica, sendo que a origem e a estrutura científica de cada disciplina ao longo de percurso histórico resultam na valorização e extensão educacional de cada saber.

Ao transpor os conteúdos dos objetos matemáticos para os alunos, de nada adianta valorizar demasiadamente proposições abstratas generalizadas a qualquer conteúdo, pois a didática da matemática prioriza uma crítica do saber fazer matemático, da postura pedagógica e didática do professor e da capacidade cognitiva do aluno.

Embora o saber matemático se constitua de elementos objetivos, abstratos e gerais, ele sofre interferência subjetiva e particular da atividade humana na sua elaboração e transmissão. A aprendizagem dos objetos matemáticos não deve ser baseada em noções generalizadas, uma vez que a abstração desses conceitos deve partir de modelos matemáticos manipuláveis, particulares e concretos, pois na própria atividade de pesquisa a busca pela generalização dos objetos matemáticos não se principia por ela mesma.

Chevallard (1991), revolucionou o mecanismo do processo de ensino e aprendizagem no estudo de objetos matemáticos, quando apontou a importância de transpor didaticamente os saberes matemáticos, partindo do princípio de que se deve adequar os saberes a serem ensinados pelo professor, de forma que ocorra uma junção entre o saber científico, o saber a ensinar e o saber ensinado, por meio da seleção de conteúdos e de utilização de uma linguagem verbal e não-verbal condizente com o nível de conhecimento dos aprendizes voltados ao meio sócio-cultural, com o intuito de promover o desenvolvimento cognitivo do aluno em sua plenitude.

Para Chevallard (1991) a transposição didática define-se como

---

[5] No ano de 1985, Chevallard publicou o livro *La transposition didactique - du savoir savant au savoir enseigné,* onde partindo da tese de um sociólogo francês Michel Verret (*Le temps des études* publicada em 2 volumes pela *Librairie Honoré Champion* em 1975) explicita a passagem do saber acadêmico ao saber ensinado, que ele denomina de “transposição didática”.

> um instrumento eficiente para analisar o processo através do qual o saber produzido pelos cientistas (o Saber Sábio) se transforma naquele que está contido nos programas e livros didáticos (o Saber a Ensinar) e, principalmente, naquele que realmente aparece nas salas de aula (o Saber Ensinado).

A teoria da transposição didática conceitua três saberes: o *saber sábio*, o *saber a ensinar* e o *saber ensinado*. O saber sábio é definido como conhecimento científico, pois é produzido por cientistas e pesquisadores baseados em padronizações e normalizações pré-estabelecidas por uma comunidade científica. Todo o saber científico é disponibilizado em periódicos, congressos e revistas científicas.

Ao saber transposto do conhecimento sábio para o ambiente escolar encontrado nos programas, livros didáticos e materiais instrucionais dá-se o nome de saber a ensinar. Esse tipo de saber busca aproximar o conhecimento científico ao ambiente escolar de forma acessível ao entendimento do aluno. Porém, muitas vezes, essa transposição didática, por não ser padronizada, sofre degradações ao logo desse processo, tornando o saber a ensinar fragmentado, dissociado de sua essência, gerando defasagem e conflitos no processo de ensino e de aprendizagem.

Um dos aspectos mais interessantes da teoria da transposição didática elaborada por Chevallard (1991) foi a determinação de alguns parâmetros que caracterizam esse processo. Segundo o autor, na transformação do saber sábio para o saber ensinado podem ser encontradas: a *descontemporalização*, a *naturalização*, a *descontextualização* e a *despersonalização*.

Por descontemporalização, Chevallard defende que o saber ensinado é exilado de sua origem, ou seja, é separado de sua produção histórica. Por naturalização, o autor argumenta que o saber ensinado possui uma evidência incontestável das “coisas naturais”, no sentido de uma natureza dada.

Por descontextualização, assinala que o saber sábio é descontextualizado e, em seguida, recontextualizado em um discurso diferente. Nesse processo, algo nesse novo discurso permanece descontextualizado, já que ele não se identifica com o texto do saber, com a rede de problemas e questões na qual o elemento encontrava-se originalmente, modificando assim seu uso e emprego, ou seja, seu sentido original.

Finalmente, por despersonalização, Chevallard propõe que, em sua origem, o saber vincula-se a seu produtor e nele se encarna. Ao ser compartilhado na academia ocorre certa despersonalização, comum no processo de produção social do conhecimento e requisito para sua publicidade.

Na transposição didática, surgem mudanças no saber científico e operacionaliza-se em novas formas textuais e verbais, veiculadas em propostas curriculares e livros didáticos, necessitando de uma abordagem, por meio de tratamentos em sala de aula, de novos conteúdos, com a inovação de metodologias de ensino.

O saber científico produzido na academia e nos centros de pesquisas muitas vezes não se vincula ao ensino escolar, pois a linguagem que agrega o conhecimento científico é dotada de terminologias técnicas, formais e padronizadas diferenciando-se da linguagem utilizada no ambiente escolar. Contata-se, então, uma dificuldade na transposição didática mediada pelo professor no que se refere ao saber científico, sendo este saber dotado de uma linguagem rebuscada, simbólica e codificada. Dessa maneira, a apreensão do conhecimento escolar pelo aluno é dificultada face às divergências de linguagens no sistema didático empregado no processo de ensino e de aprendizagem.

O emprego do livro didático, um recurso elaborado a partir de uma transposição didática, tem como base o conhecimento sábio. Esse instrumento é mediado pelo professor que visa promover o processo de ensino e de aprendizagem e desenvolver no aluno o senso crítico e cognitivo. Para consolidar o aprendizado significativo, faz-se necessário uma seleção criteriosa desse instrumento, sendo que o mesmo ofereça uma linguagem científica apropriada à idade cronológica do aluno, que contemple o desenvolvimento das habilidades intelectuais por meio da problematização, contextualização e resolução de problemas.

O livro didático participa do processo escolar: alicerçando o desenvolvimento de metodologias referentes à aprendizagem através do enriquecimento do vocabulário oral e escrito do aluno; promovendo a interação, participação, curiosidade, abstração, além de criar uma interface entre a família e a escola; fazendo com que os pais participem, acompanhem e sejam co-responsáveis pela vida escolar de seu filho.

Uma segunda transposição didática surge da variação do saber a ensinar para o saber ensinado. O saber ensinado está inserido na postura pedagógica e didática do professor, pois este é o mediador entre o conteúdo apresentado nos livros, programas e currículos escolares e o saber a ser ensinado. A otimização dessa transposição se dá por intermédio da didática assumida pelo professor, pois este é quem define a forma que os conteúdos devem ser planejados e repassados aos alunos. A postura didática é fundamental para que as expectativas dos alunos sejam atendidas em sua plenitude, sem distorções entre o saber sábio original e o saber a ser ensinado.

A transposição didática ocorre permanentemente no ambiente escolar através de ações e de escolhas do professor. Optando por esta ou aquela forma de ensinar, selecionando o que é relevante ou não a respeito de um conhecimento científico. Essas escolhas, muitas vezes, não são feitas de forma eficaz, pois na medida em que o conhecimento se degrada pode perder a sua essência e tornar os conteúdos desinteressantes para os alunos.

Nesse sentido, Chevallard propõe a reflexão e o entendimento a respeito do processo de construção dos conteúdos de ensino, uma vez que esse processo é específico e transposto didaticamente pelo professor. A transformação do saber científico em saber escolar ocorre em duas etapas distintas: a primeira refere-se a uma *transposição externa*, ou seja, na elaboração do currículo formal e na adaptação dos livros didáticos, e a segunda etapa, denominada de *transposição interna*, diz respeito à transposição entre os conteúdos que fazem parte do currículo formal e a postura didática assumida pelo professor em sala de aula.

A transposição do saber sábio à instância do saber ensinado sofre influências de diversas esferas do processo educativo, tais como: cientistas, educadores, professores, políticos, autores de livros didáticos, pais de alunos, entre outros. Cada uma dessas esferas contribui com seus valores, preferências, idéias e objetivos específicos no delineamento dos saberes que chegarão à sala de aula. Esse amplo grupo de agentes transformadores do processo educativo forma o que Chevallard (1991, p. 34) denominou de *noosfera*.

> A noosfera é o centro operacional do processo de transposição, que traduzirá nos fatos a resposta ao desequilíbrio criado e comprovado [entre os ideais e possibilidades dos saberes científicos] (expresso pelos matemáticos, pelos pais, pelos professores mesmos). Ali [na noosfera] se produz todo conflito entre sistema e entorno e ali encontra seu lugar privilegiado de expressão. Neste sentido [do conflito de interesses], a noosfera desempenha um papel de obstáculo.

O foco primordial da noosfera é a otimização do ensino através de ações didáticas eficientes que possam efetivar e garantir um processo de ensino e aprendizagem qualitativo e significativo. Dessa maneira, fazer uso da transposição didática como instrumento de análise, contribui de forma relevante para que os determinados tipos de saberes possam ser trabalhados e degradados da melhor forma possível, sem que haja fragmentos e rupturas da essência original dos saberes.

Na matemática, a teoria da transposição didática é essencial na contextualização e na busca pela objetivação de todo o processo educativo. Para Chevallard, o sistema didático surge a partir da junção de três elementos primordiais: professor, saber e o aluno, cada qual possuindo um mérito próprio, salientando que o bom funcionamento didático depende do entrelaçamento desses três elementos, uma vez que na prática pedagógica vigente, o que se configura é apenas a relação professor e aluno.

Almouloud (2009, comunicação oral) salienta a importância do saber na tríade professor-aluno-saber quando apresenta o conceito de situação-problema. Para o autor, uma situação-problema é a escolha de questões abertas ou fechadas numa situação mais ou menos matematizada, envolvendo um campo de problemas colocados num ou vários campos de conhecimentos matemáticos. Através dos conhecimentos disponibilizados, o aluno compreenderá e explorará eficientemente os dados a ele apresentados.

3 O ESTUDO DE CASO

Neste capítulo, apresenta-se a metodologia na qual o trabalho foi produzido, seção 3.1, as análises da primeira e segunda equipe em pré e pós-teste, bem como o desempenho de ambos os grupos de trabalho, seções 3.2 e 3.3, respectivamente.

3.1 METODOLOGIA

Esta dissertação consiste em uma pesquisa qualitativa de caso. [6] A pesquisa visou verificar a influência de um curso de capacitação fundamentado nos conceitos de registros de representação semiótica (DUVAL, 1993) na proposição de sequências didáticas aplicáveis ao ensino de matemática em nível fundamental em uma escola de um município da região da AMUREL que atende alunos de comunidades rurais.

Para dar conta desse objetivo, o primeiro passo consistiu na escolha de uma escola situada numa comunidade do interior de um município da região da AMUREL que recebe alunos oriundos de comunidades rurais circunvizinhas. A escola escolhida, sendo uma região de desenvolvimento econômico baseado na agricultura e na pecuária, possui como meta ampliar o nível de conhecimento de seus habitantes para que os levem à valorização dos recursos técnicos e naturais da região.

Após a identificação da escola-alvo e da apresentação do projeto de pesquisa aos professores de matemática do ensino fundamental, oito professores de matemática aceitaram fazer parte da execução da pesquisa.

O corpo docente da escola é composto por professores de matemática com formação de graduação e especialização. Grande parte desse grupo é da zona urbana e não recebeu nenhum treinamento ou curso de capacitação para trabalhar com alunos de comunidades rurais.

---

[6] Conforme Merrian (1998, p. 21 *apud* RAUEN, 2006, p. 178), um estudo de caso qualitativo é "uma intensa holística e análise de um exemplo único, fenômeno ou unidade social".

Analisando as práticas de ensino nessa escola, percebeu-se que os conteúdos selecionados são abordados com mesmas metodologias adotadas nas escolas urbanas, o que torna ainda mais distante a escola da realidade na qual o aluno se encontra.

Uma vez definido o local e os professores responsáveis pela efetivação da pesquisa, foi elaborado um cronograma totalizando 50 horas/aula de atividades de pesquisa, divididas em três fases distintas (ver ilustração 3).

Atividade	Duração	Período
Elaboração de sequência didática em pré-teste	8 horas/aula	6 de fevereiro de 2009
Coleta de dados e análise do pré-teste	4 horas/aula	de 7 a 12 de fevereiro de 2009
Execução de um curso teórico de capacitação aos professores de matemática do ensino fundamental	20 horas/aula	13 e 20 de fevereiro de 2009
Elaboração de sequência didática em pós-teste	8 horas/aula	27 de fevereiro de 2009
Coleta de dados e análise do pós-teste	4 horas/aula	28 de fevereiro de 2009
Análise e conclusão da pesquisa	6 horas/aula	2 de março de 2009

Ilustração 3 – Cronograma da Pesquisa.

Na primeira fase, solicitou-se aos professores que formassem dois grupos de trabalho. Em seguida, solicitou-se que cada grupo elaborasse uma sequência didática aplicável para uma turma de 5ª série do Ensino fundamental. O primeiro grupo de trabalho elaborou uma sequência didática sobre frações, e o segundo grupo de trabalho trabalhou o conteúdo de geometria. Durante a elaboração do pré-teste, foi disponibilizado aos professores o acesso a diversos materiais e recursos didáticos, tais como: livros de matemática, currículo escolar de matemática, PCN, Proposta Curricular de Santa Catarina, Projeto Político Pedagógico, papéis, fotocópias, lápis, régua, acesso a internet, etc.

Depois da elaboração das sequências didáticas pelos Grupos de Trabalho, ambos reuniram-se com o intuito de socializarem os temas trabalhados, a fim de avaliarem os resultados obtidos em pré-teste. Essa atividade teve o objetivo de colher impressões prévias sobre o modo como os docentes avaliam o produto da primeira atividade.

A segunda fase da pesquisa, antecedida da análise das sequências didáticas elaboradas pelos grupos de trabalho em pré-teste, bem como da análise da socialização, consistiu na execução de um curso teórico para a capacitação dos professores de matemática envolvidos no projeto de pesquisa, fundamentados nos conceitos de Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 1993), Etnomatemática (D'AMBRÓSIO, 2001) e Transposição Didática (CHEVALLARD, 1991).

A intervenção teórica ocorreu nas dependências da escola (ver planejamento no ANEXO A). O curso foi executado em duas sextas-feiras consecutivas (período matutino e vespertino). A condução do curso foi organizada com base na análise das sequências didáticas em pré-teste e com base nas discussões que decorreram da socialização desenvolvida pelas duas equipes de trabalho.

Em função desse estudo prévio, a intervenção destacou a trajetória da matemática como ciência e do ensino da matemática. O curso, em síntese, abordou as leituras sobre a teoria de Duval aliadas ao pensamento de D'Ambrósio e à questão da transposição dos saberes, defendida por Chevallard.

No primeiro momento do curso, todas as informações foram feitas de forma expositiva e dialogada. Logo que apresentadas as novas formas de conceber e tratar o ensino de matemática percebeu-se um desconhecimento de algumas docentes pela teoria defendida por Duval. Houve também relatos de que tais abordagens foram vistas no curso de graduação ou especialização, porém de maneira superficial.

O segundo momento, reservado às leituras e discussões a respeito do tema, gerou questionamentos relativos à prática dos docentes, visto que compreendiam que sua postura pedagógica encontrava-se desvinculada das teorias abordadas no curso.

Na terceira e última fase, os docentes foram convidados a elaborar novas sequências didáticas, bem como socializá-las, de modo que a avaliação da pesquisa consiste na comparação entre o desempenho dos docentes em pré e pós-teste.

Por hipótese, defende-se aqui que os conceitos destacados no curso propiciariam melhor qualificação das sequências, de modo que as sequências em pós-teste levariam em conta aspectos de aproximação dos conteúdos com a realidade sócio-cultural dos estudantes e a perspectivas não apenas de formação de representação identificável e de tratamento, mas também de conversão de registros de representação.

3.2 ANÁLISE DA PRIMEIRA EQUIPE

Nesta seção, analisam-se as sequências didáticas da primeira equipe. A seção foi dividida em três subseções. Nas duas primeiras subseções, analisam-se os elementos do pré e do pós-teste da equipe. Na terceira seção, avalia-se o desempenho da equipe.

3.2.1 Análise do pré-teste da primeira equipe

A sequência didática do primeiro grupo de trabalho foi dedicada ao estudo de frações, conteúdo esse que, segundo o plano curricular de ensino da escola, deve ser aplicado na 5ª série do Ensino Fundamental.

Primeira Aula

Na primeira aula, a equipe propôs-se, entre outras atividades, a introduzir o tema. Na exposição oral da sequência, a forma como a equipe introduz o tema foi similar àquela expressa na problematização. Veja-se:

> **7.1) Problematização**:
>
> Uma pizza está dividida em oito fatias de mesmo tamanho. Lucia comeu duas destas fatias.
> a) Que fração da pizza ela comeu?
> b) Que fração da pizza sobrou?

O texto da problematização foi reescrito em quadro-negro. Pizza e fatias foram desenhadas. A pizza representou a idéia de inteiro e as fatias, a idéia de fração. Em seguida, as professoras simularam a retirada de duas fatias e a consequente sobra de seis fatias, tal como problematizado.

Repare-se na necessidade de expor o conteúdo em quadro-negro. Trata-se de uma estratégia dedutiva em que o conteúdo precisa ser primeiramente apresentado pelo professor para depois o aluno trabalhá-lo. Alternativamente, poder-se-ia pensar em estratégias em que, diante de simulações de pizza em papelão, por exemplo, as crianças manipulassem as fatias primeiramente, construíssem um modelo mental do que seriam inteiros e parcelas desses inteiros em seguida, para depois as noções de inteiro e de fração serem abstraídas – uma estratégia indutiva, portanto. [7]

Tão relevante quanto isso, foi a proposição da notação fracionária na própria apresentação do exemplo. Ao falar das duas fatias retiradas ou das seis restantes, a equipe já

[7] Ressalve-se que, mesmo simulando fatias de pizza em papelão, a estratégia continua inserta em uma concepção parte-todo dentro de um contínuo. Isso não garante por si mesmo a razão de ser das frações. Esse modelo mantém o aluno trabalhando com números naturais, não conduzindo a construir um novo campo numérico. Por exemplo, o modelo de fatias de pizza não é adequado para divisões em terças partes.

recorre às expressões: ‘ $\frac{2}{8}$ ’ e ‘ $\frac{6}{8}$ ’. Nesse caso, ocorre já uma conversão da linguagem natural para a expressão em frações, antes mesmo que se tenha garantido que os estudantes tenham compreendido a própria noção de fração.

Claro está que a soma de ‘duas fatias, mais seis fatias’ pode ser tratada numa formulação fracionária, tal como: $\frac{2}{8}+\frac{6}{8}=\frac{8}{8}$. Mas, nesse caso, temos ‘oito oitavos’. Que isso tem a ver com um inteiro, a noção mais importante aqui, por se tratar de uma introdução ao assunto? Em outras palavras, a equipe toma como pressuposta a compreensão de que ‘oito oitavos’ expressam ‘um inteiro’.

Algo ainda mais pertinente é o fato de que em nenhum momento a equipe demonstrou preocupação com a formação da representação identificável do registro de escrita dos números fracionários, essencial para a compreensão desse registro e para os tratamentos que com ele podem ser efetuados. Em ‘ $\frac{2}{8}$ ’, por exemplo, natural seria destacar que: o número ‘2’, que expressa o numerador, equivale à quantidade de fatias retiradas da pizza; o segmento de reta ‘_’, que separa numerador e denominador, equivale à noção de dividir, ou mesmo de ‘ser uma quantidade de fatias em relação a um todo’; e o número ‘8’, que expressa o denominador’, equivale à quantidade de fatias em que a pizza inteira foi dividida.

Isso se soma à questão de que a criança poderia ainda não ter entendido que uma pizza inteira poderia não ter sido sequer dividida, o que seria expresso em registro de escrita dos números fracionários como ‘ $\frac{1}{1}$ ’, ‘um inteiro’; ter sido dividida em duas meias partes, ‘ $\frac{2}{2}$ ’; três terças partes ‘ $\frac{3}{3}$ ’; ou mesmo oito oitavas partes, como é o caso do exemplo ‘ $\frac{8}{8}$ ’. Isso poderia ter sido manipulado no exemplo alternativo de uma pizza em papelão.

A forma como a equipe introduziu o assunto, como se vê, não garante a apreensão dos objetos matemáticos em jogo, o conceito mesmo de inteiro e de fração. Mas isso não é tudo, é discutível entrever que a própria formação da representação identificável do registro semiótico desses conceitos em formato fracionário possa ter sido apreendida dessa maneira.

Não somente a apreensão dos objetos poderia ser facilmente facilitada no trajeto de manipular as fatias de uma pizza para a representação de fatias (numerador) e quantidades de fatias necessárias para formar a pizza toda (denominador); mas, sobretudo, a compreensão da função semiótica de numeradores e denominadores na representação semiótica fracionária poderia ser compreendida em uma atividade desse tipo.

Outras atividades compõem o planejamento das aulas. Entre elas, a equipe se propôs a “apresentar a historicização” do conceito de fração, para o qual redigem um texto (ver a seguir). Todavia, o texto não foi apresentado ou sequer mencionado na exposição da equipe, sugerindo ter integrado o planejamento a pretexto de ilustração.

> Frações – um uso muito antigo
> Tudo começou nas terras ribeirinhas do rio Nilo onde se localizavam os campos de plantio, que eram fundamentais para a agricultura do Egito. Lá ocorreu o desenvolvimento da civilização egípcia e um de seus faraós, Sesóstris, por volta do ano 3.000 a.C., dividiu todas as terras do Egito às margens do rio Nilo, próprias para o cultivo entre agricultores.
> Assim, a cada ano, durante o mês de junho, no período chuvoso, as águas do rio Nilo atingiam muitos metros acima do seu leito normal e, com isso, inundavam uma vasta região às suas margens. Além da inundação, as cercas de pedras que cada agricultor usava para marcar os limites de seus terrenos eram destruídas.
> Quando as águas do rio começavam a baixar, por volta do mês de setembro, os funcionários do governo, chamados de estiradores de corda, eram convocados a traçar novamente os limites de cada terreno.
> Essas medidas eram realizadas através de cordas com nós. As cordas eram esticadas para realização da medição das terras. A distância entre os nós era fixa, assim como, a medida dos terrenos. Os estiradores de cordas verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno.
> No entanto, por mais adequada que fosse a unidade de medida escolhida, dificilmente cabia um número inteiro no lado do terreno. Foi por esse motivo, que os egípcios criaram um novo tipo de número: o número fracionário.

Ainda na primeira aula, a equipe se dispunha a "justificar a importância de seu estudo [de frações] e os objetivos a serem atingidos", ação que também não ocorreu na exposição oral, bem como a realizar as seguintes atividades:

> - Com o material didático alternativo, a régua fracionária, explanar o conceito de fração;
> - Dividir a turma em grupos, entregar para cada grupo folhas em branco, tamanho A4, orientar os alunos para que por meio de dobraduras, façam tiras de mesmo tamanho, recortem e pintem cada uma;
> - Em seguida, orientar que dobrem essas tiras em diferentes tamanhos: dois, três, quatro, seis e oito partes, mantendo inteira uma das tiras;
> - Explicar que, com o material didático alternativo, régua fracionária, também pode-se aprender o conceito de frações. Para isso, pedir aos alunos que observem e comparem as tiras: um meio e dois quartos, pois as mesmas são equivalentes, ou seja, um pedaço da primeira corresponde a dois pedaços da segunda régua.

A questão em cena, uma vez que nenhuma dessas atividades foi executada, é por que há uma distância entre o ideal planejado e o real executado. Questionada sobre o que vinha a ser uma 'régua fracionária' a equipe disse:

> É uma tira de papel sulfite que é dobrada várias vezes no comprimento para simular metades, quartas partes, oitavas partes. Depois é só o aluno pintar as tiras.

A dita régua fracionária seria ótimo equivalente para a pizza de papelão. Todavia, por que não usar uma pizza de papelão, já que a problematização fora feita com uma pizza, ou mesmo ter sido problematizado uma barra de chocolate, algo parecido com uma tira de papel? Seja como for, tiras ou pizzas não foram usadas na exposição oral, perdendo-se oportunidades excelentes para a concretização dos conceitos envolvidos na problematização.

A equipe até demonstra uma preocupação pela distinção objeto/representação no planejamento. “Explicar que, com o material didático alternativo, régua fracionária, também se pode aprender o conceito de frações”. Todavia, esse propósito se perde quando a equipe reproduz um modelo tradicional de ensino.

Como explicar que no planejamento a equipe se propõe a “pedir aos alunos que observem e comparem as tiras: um meio e dois quartos, pois as mesmas são equivalentes, ou seja, um pedaço da primeira corresponde a dois pedaços da segunda régua” e, depois, isso seja ignorado na simulação da aula? Os dados sugerem que as docentes estão capacitadas teoricamente a propor um ensino mais consciente, mas parece haver uma dissociação entre o que se planeja e as práticas pedagógicas executadas.

Segunda aula.

No transcorrer da elaboração de atividades envolvendo o estudo de frações, os professores desenvolveram uma segunda aula, conforme segue:

> 2ª aula:
> Com o material didático alternativo, o denominado quebra-cabeça construído com espuma vinil atóxica, conhecida como e.v.a., irá ser explicado a adição e subtração de frações de mesmo denominador.
> Serão utilizados os três quebra-cabeças representados na figura 1, sendo que, cada qual reunido convenientemente, forma um círculo completo.
>
> 
>
> Figura 1: o material quebra-cabeça.
>
> Após ser distribuído o material, previamente confeccionado pelas professoras, os alunos organizarão as peças por cores e as reunirão, formando os três círculos possíveis como na figura 2.

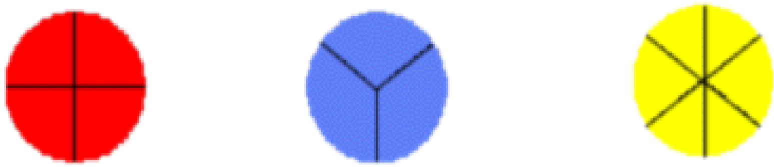


Figura 2: círculos do material quebra-cabeça.

Percebe-se, neste momento, uma preocupação da primeira equipe em trabalhar o conteúdo sobre frações por meio de materiais concretos e manipuláveis pelo aluno mantendo-se no paradigma da noção parte-todo. Porém, verificou-se na prática uma ruptura na sequência didática. O modelo de representação baseado anteriormente no fracionamento de uma pizza foi convertido em outro modelo, onde se verifica o fracionamento de círculos construídos por meio de espuma de vinil atóxica (e.v.a.), partindo-se do pressuposto de que o aluno já teria conhecimento prévio da noção de círculo. Repare-se que noções geométricas como o de círculo compõe conteúdos de séries seguintes do ensino fundamental. Nesse particular, o que impediria à criança, com as mesmas peças em mão, montar outra figura qualquer, como a de um sol ou uma flor?

Além disso, para a criança, cada peça se constitui por si mesma um inteiro. A parte física de um inteiro manipulado faz o aluno perder referência ao inteiro idealizado. Isso também acontecerá quando as professoras retomam cada fração como uma peça de e.v.a. Cada peça é um novo inteiro.

Os professores, embora não tenham tido acesso as teorias sobre os registros de representação semiótica, haja vista que na sua formação acadêmica essa teoria não se faz presente na prática pedagógica dos docentes, ainda timidamente utilizaram alguns registros de representação semiótica, tais como: a língua natural, registro de representação figural e a linguagem numérica, bem como as conversões entre os registros de representação semiótica. Segundo Raymond Duval, a mobilização de vários registros de representação semiótica e, principalmente, o trânsito entre um registro e outro por meio de conversões, as quais estão explícitas nas sequências didáticas propostas pelos professores que fazem parte da pesquisa em questão, possibilitam a apreensão dos objetos matemáticos.

A equipe prossegue:

> Questionaremos os alunos quanto às composições fracionárias possíveis com cada um dos círculos, uma vez que já estará claro a eles, que cada peça representa uma fração do círculo correspondente como na figura 1:

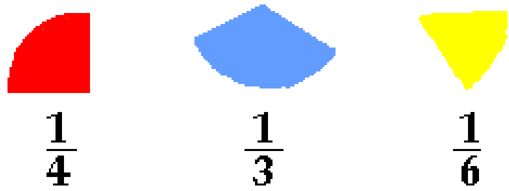


Figura 3: partes dos círculos do material quebra-cabeça.

Nessa atividade, retoma-se a questão de se pressupor que as crianças dominariam a representação simbólica '$\frac{1}{4}$', '$\frac{1}{3}$'e '$\frac{1}{6}$', a respectiva representação pictórica, bem como o conceito que ambas (representação simbólica e representação pictórica) representam. Como já vimos, não há garantias que a notação fracionária, a sua conversão em registro de representação figural e mesmo a assimilação do conceito teriam sido trabalhadas no material anterior.

Infelizmente, a equipe não apresentou a operacionalização dessa aula, embora as professoras tenham confeccionado os respectivos materiais. Isso frustrou a possibilidade de avaliar como a aula seria conduzida de fato. Apesar disso, o planejamento mais uma vez sugere que as docentes teriam capacidade de conduzir a aula de uma maneira mais produtiva, mas não a executam.

Mais a frente, apresenta-se o que se segue:

> Referente à adição e subtração com denominadores iguais, com o quebra-cabeça sobre a mesa, faremos os seguintes questionamentos:
> - Se retirarmos uma parte do círculo vermelho, quantas partes ficam sobre a mesa?
> - Se retirarmos uma parte do círculo azul, quantas partes ficam sobre a mesa?
> - Se retirarmos uma parte do círculo amarelo, quantas partes ficam sobre a mesa?
> [...]

Essa atividade, que também não foi apresentada na exposição oral, lida com subtração de frações de mesmo denominador. Isso torna mais aguda a percepção de que, se o aluno não captou o conceito mesmo de fração, ele não responderá corretamente o que propõe o exercício. Montado o círculo vermelho com quatro peças, o que se tem é um círculo vermelho inteiro. A equipe pergunta quantas partes ficam sobre a mesa se for retirada uma parte do círculo vermelho. Repare-se que a criança está lidando com peças em e.v.a., tratadas por ela como inteiras, e não com partes, a não ser que já tenha assimilado o conceito de fração.

A resposta óbvia, dado que a criança está manipulando o conjunto de números naturais e não houve mudança de quadro numérico, é três peças, visto que a criança, corretamente, percebe que havia quatro peças e agora há três peças no suposto círculo. Como, então, a criança poderia deduzir de que uma peça corresponde a ‘um quarto’ do círculo e que as três peças restantes sobre a mesa corresponderiam a ‘três quartos’ do circulo?

Além disso, vale lembrar que quatro peças, quando estão juntas na forma de um círculo, estão representando esse círculo de forma inteira: daí as peças terem sido consideradas como partes [do círculo]. Como a criança dá esse salto, segundo o qual quatro peças agora são quatro partes, ou mesmo quatro partes presentes de quatro partes suficientes para formar um círculo? Percebe-se, aqui, em outras palavras, que a equipe toma como pressuposta a compreensão de que ‘quatro partes’ expressam ‘um inteiro’.

A questão em jogo é que uma criança que não compreendeu a noção noética de fração não dá o salto cognitivo esperado, segundo o qual ela não estaria com três peças independentes, mas estaria com três peças das quatro peças que eram necessárias e suficientes para compor o círculo. Em outras palavras, uma criança que disser que “ficaram três peças”, não implica dizer que ela está se referindo à “ficaram três de quatro peças”, muito menos ainda: “três quartas partes de um círculo”.

Óbvio está que, diante da resposta “três peças”, as docentes a corrigiriam em termos de “três quartos”, a resposta-alvo. Todavia, não é isso que se pergunta explicitamente e, mais grave, a criança diante dessa experiência pode passar a reproduzir a resposta-alvo sem compreendê-la.

Também do ponto de vista da subentendida representação fracionária que está por detrás da pergunta, há problemas. Do exposto acima, subentende-se que a subtração de uma peça de um inteiro dividido em quatro peças, pode ser tratada numa formulação fracionária, tal como: ‘$\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$’. Grave, aqui, é o fato de que em nenhum momento a equipe demonstrou preocupação com a formação da representação identificável do registro de escrita dos números fracionários, essencial para a compreensão desse registro e para os tratamentos que com ele podem ser efetuados. Em ‘$\frac{1}{4}$’, por exemplo, natural seria destacar que: o número ‘1’, que expressa o numerador, equivale à quantidade de peças retiradas do círculo; o segmento de reta ‘_’, que separa numerador e denominador, equivale à noção de dividir, ou mesmo de ‘ser uma quantidade de peças em relação a um todo’; e o número ‘4’, que expressa o denominador’, equivale à quantidade de peças em que o círculo inteiro foi dividido.

Seguem-se as atividades:

> Referente à adição e subtração com denominadores iguais, com o quebra-cabeça sobre a mesa, faremos os seguintes questionamentos:

> [...]
> - Se retirarmos duas partes do círculo vermelho, e em seguida adicionarmos uma parte ao mesmo círculo, quantas partes ficam sobre a mesa?
> - Se retirarmos quatro partes do círculo amarelo, e em seguida adicionarmos três partes ao mesmo círculo, quantas partes ficam sobre a mesa?
> [...].

Aqui, a equipe passa a trabalhar com soma de frações de mesmo denominador. No caso, além da já discutida dificuldade de compreender a noção de um inteiro em quatro quartas partes, a criança passa a lidar com a soma de duas quartas partes com mais uma quarta parte, chegando-se a três quartas partes. Em registro de escrita dos números fracionários: '$\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$'.

Por fim:

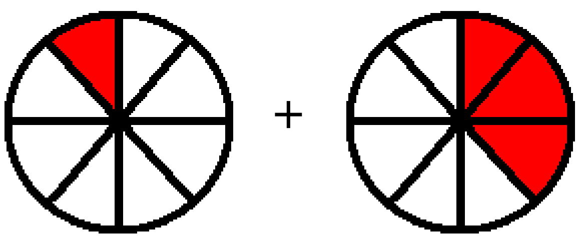
> Referente à adição e subtração com denominadores iguais, com o quebra-cabeça sobre a mesa, faremos os seguintes questionamentos:
> [...]
> O objetivo dessa atividade é desenvolver a percepção dos alunos para o raciocínio de que adicionando ou retirando partes de um todo, as frações se modificam para maior ou menor.

Nesse parágrafo, claro está que a equipe toma como subentendida a apreensão do conceito de fração (noese) na aula anterior. Para a equipe, fração significa "partes de um todo", razão pela qual elas usam a expressão 'partes' nas atividades, em vez de 'peças', por exemplo, que seria um bom representante linguístico para o material concreto em questão.

Além disso, não é possível entrever se o conceito noético de fração se assimila à representação semiótica fracionária (uma das representações possíveis) ou não. Observe-se que a equipe diz que "adicionando ou retirando partes de um todo, as frações se modificam para maior ou menor", o que tanto pode estar se referindo ao conceito mesmo de fração ou à representação em termos de numeradores e denominadores.

Segue-se, então, a conclusão da aula (supostamente, da unidade), item 7.4:

> Atividades envolvendo frações
>
> 1. Por meio do quebra cabeça construído em sala de aula, resolva a seguinte situação-problema.



> Marcos errou.
> Ele calculou $\frac{1}{8} + \frac{3}{8}$ somando os numeradores e os denominadores, obtendo $\frac{4}{16}$.
> a) Como faremos à leitura dos números fracionários que Marcos calculou?
> b) Qual é o resultado correto?
> c) O resultado encontrado por Marcos é maior ou menor que o correto?

A questão não tem sentido, uma vez que há mistura de registros. De um lado, há representações pictóricas que podem induzir o aluno a trabalhar com '1' ou '3' inteiros. De outro, há o sinal de soma, que pertence ao campo das operações aritméticas.

Ao lado dos problemas já discutidos, apresenta-se novamente aqui uma soma de frações (a própria formulação da questão já induz ao erro). A personagem Marcos calcula equivocadamente a soma das partes do círculo em questão, visto que soma os denominadores, um erro típico de tratamento dentro de uma formação identificável que corresponde à representação fracionária.

Por hipótese, a questão 'a' refere-se à tradução das representações fracionárias em jogo; a questão 'b' refere-se ao cálculo correto; e a questão 'c' verifica se o resultado obtido por Marcos é inferior ou superior ao cálculo correto.

A questão 'b' implica conhecimento garantido tanto da noção de fração, quanto de sua representação. Para a criança, é tentador somar numeradores e denominadores, porque algarismos maiores implicam quantidades maiores. Veja-se que a correlação algarismo maior e quantidade maior é um modelo muito eficiente que passa, a partir da representação fracionária, a ser questionado. Se estivéssemos lidando com números decimais, esse modelo não seria posto em xeque (no exemplo: '0,125 + 0,375 = 0,5'). [8] Ao dividir um todo em partes cada vez maiores, menores serão as partes, o que é uma relação inversamente proporcional, nada fácil de ser assimilado. A questão 'c' toca justamente nesse ponto nevrálgico. Como a criança dá o salto de que quatro décimas sextas partes de um todo implica menos partes do que quatro oitavas partes?

Segue-se o segundo exercício:

> Atividades envolvendo frações
> [...]
> 2. Copie e complete os espaços:
> a) = dois nonos
> b) $\frac{7}{3}$ =
> c) = seis oitavos

[8] Ressalve-se que os números naturais são obstáculos epistemológicos tanto para os números fracionários, quanto para os números racionais.

d) $\frac{3}{10}$ =

e) $\frac{15}{100}$ =

f) = vinte cinquenta avos

g) $\frac{31}{1000}$ =

h) = sete milésimo

[...]

Esse exercício implica a conversão da linguagem verbal para a representação fracionária, com suas respectivas formações identificáveis. Não há garantias aqui de terem sido trabalhados os conceitos em jogo. Repare-se que 'dois nonos' e '$\frac{2}{9}$', ambos são representações semióticas (semioses) do conceito de 'duas partes de nove' (noese).

Observe-se que o exercício propõe tratamentos de dois registros de representação diferentes, entremeados pelo sinal de igualdade '='. Essa correlação de igualdade é inaceitável, entre outros motivos, porque não há equivalência entre os registros, mas tradução.

Veja-se o terceiro exercício:

Atividades envolvendo frações
[...]
3. Indique as frações que representam:
a) sete meses do ano;
b) cinco dias da semana;
c) nove horas de um dia;
d) onze minutos de uma hora;
[...]

Há de se considerar que esses casos teriam sido ótimos meios para trabalhar o conceito de inteiro e de fração de um inteiro. Uma possibilidade de se introduzir o assunto seria o de apresentar um calendário com doze meses, discutir que a noção de ano implica a noção necessária e suficiente de doze meses ($\frac{12}{12}$). Assim, retirar um mês implica retirar uma parte necessária para um ano ser um ano e implica ficar com onze dessas doze partes necessárias. O mesmo valeria para semana, dia ou hora.

Seria esse o objetivo desse exercício? Supostamente não. O que se quer é a representação fracionária numa ação meramente de reprodução. A criança que já vem assimilando o conceito mesmo de fração lidará bem com o exercício. A criança que opera pelo registro pode até acertar o exercício, mas estaria compreendendo o conceito subjacente? Que dizer daquela que espera a resposta do professor?

Veja-se o próximo exercício:

> Atividades envolvendo frações
> [...]
> 4. O que você pode concluir a respeito das frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$?
> [...]

Mais uma vez, exige-se da criança a noção de que denominadores maiores implicam números menores e vice-versa. Mais ainda, exige-se dela agora a noção de equivalência de frações, conceito essencial para o futuro trabalho de simplificação de frações. A complexidade, aqui, é evidente.

Veja-se o quinto exercício:

> Atividades envolvendo frações
>
> [...]
>
> 5. Calcule:
> a) $\frac{5}{21} - \frac{3}{21} + \frac{10}{21} =$
>
> b) $\frac{7}{15} + \frac{2}{15} =$
>
> c) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} =$
>
> d) $\frac{7}{6} + \frac{3}{6} =$
>
> [...]

Nesse exercício, ocorrem cálculos (somas e subtrações) com frações de mesmo denominador. Esse tipo de exercício já se anunciava na aula anterior. O que surpreende é que, ainda não garantida a assimilação do conceito de inteiro e de fração de um inteiro, aparecem frações impróprias. [9]No exercício ‘c’, o resultado é ‘$\frac{9}{3}$’, ou seja ‘três inteiros’. No exercício ‘d’, uma das parcelas da soma é ‘$\frac{7}{6}$’ e a soma dá ‘$\frac{10}{6}$’, respectivamente, ‘$1\frac{1}{6}$’ e ‘$1\frac{4}{6}$’.

O último exercício é o que se segue:

> Atividades envolvendo frações
>
> [...]
>
> 6. Sabendo que a = $\frac{3}{5}$, b = $\frac{9}{5}$ e c = $\frac{1}{5}$; calcule o valor de cada expressão algébrica:

---

[9] Frações impróprias são incompatíveis com a concepção parte-todo. Elas são naturais em situações de medição e distribuição, conforme avalia Maria José Ferreira da Silva.

a) a + b – c =
b) b – a – c =
c) a – a =

Aqui, toda uma sorte de abusos se comete. Adotar uma expressão algébrica em que a criança tem de substituir as expressões ‘a’, ‘b’ e ‘c’ pelas respectivas representações fracionárias exige abstração que excede o que se espera de alunos de uma 5ª série. Além disso, a fração ‘b’ é imprópria ‘$\frac{9}{5}$’, o mesmo ocorrendo com a soma proposta no exercício ‘a’ da série ‘$\frac{11}{5}$’. A resposta do exercício ‘b’ redunda em ‘$\frac{5}{5}$’, retomando-se a questão da noção de inteiro. Por fim, o cálculo pedido no exercício ‘c’ redunda em zero: $\frac{3}{5} - \frac{3}{5} = \frac{0}{5}$ (sic)!

Para dar conta dessa tarefa, as docentes da equipe fizeram uso de materiais didáticos disponibilizados na escola, não havendo garantia de que seriam esses os exercícios que seriam executados.

No momento da socialização dessa tarefa, houve várias discussões em torno das questões contidas nas sequência didática, gerando conflitos e indagações em relação ao nível de abstração presente na problemática desenvolvida pela primeira equipe.

Uma professora da segunda equipe fez o seguinte comentário:

> Será que esses alunos vindos recentes da quarta-série do ensino fundamental, onde existe uma maior preocupação em contextualizar os conteúdos matemáticos, por meio de exemplificações práticas e concretas, não seriam prejudicados no desenvolvimento da aprendizagem, deparando-se com níveis distintos de linguagem matemática e de abstração elevados?

A primeira equipe argumenta:

> Bom, é justamente na 5ª série do ensino fundamental que a matemática é tida como uma ciência de difícil abstração, sendo encarada como a bruxa pelos alunos, ou seja, a fase da fadinha, da tia, da matemática fácil já passou.

A tentativa de argumentar a favor da complexidade natural dos conteúdos matemáticos, claramente presente na fala da professora da primeira equipe, mostra-nos um discurso tradicional e hierárquico, no qual está presente a afirmação de que a matemática é uma ciência de difícil apreensão e excludente. Para essa professora, o fato de o aluno não aprender os conceitos matemáticos é normal, pois a matemática possui elevado grau de abstração e consequente complexidade: ‘é uma bruxa!’. A questão que fica é por que os docentes abandonam a ‘fadinha’? Trata-se de uma questão intransponível?

3.2.2 Análise do pós-teste da primeira equipe

A sequência didática da primeira equipe desenvolvida em pós-teste (ver ANEXO C) manteve como tema o estudo de frações, incluindo adição e subtração de frações com o mesmo denominador. Em tese, o conteúdo escolhido foi desenvolvido de acordo com o plano curricular de ensino da escola e deveria ser aplicado na 5ª série do ensino fundamental em 6 horas aula.

> SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
> Disciplina: Matemática
> Grupo de Trabalho 1
> Série: 5ª
> Turma: 02
> Cronograma: 6 h/a
>
> **2) Tema: Frações**
>
> **2.1) Subtema**
>
> - Noções de frações e sua nomenclatura;
> - Adição e Subtração de Frações com o mesmo denominador.

A sequência prossegue com a justificativa:

> **3) Justificativa:**
> A compreensão e a aquisição do conceito de fração, através dos diferentes registros de representação semiótica, possibilitam a identificação da grandeza e o significado da fração dada, principalmente pelo uso de conversões entre os variados registros de representação semiótica.
> O estudo envolvendo noções fracionárias, adição e subtração de frações, é essencial para alunos de 5ª série. Para melhor compreensão dos alunos deve-se ensinar o assunto com materiais didáticos alternativos (dobraduras, quebra-cabeça, disco de papelão, etc.) e, exemplos do contexto (divisões de áreas de terras, partes de um chocolate, ingredientes de um bolos e despesas familiares, etc.). Tal conhecimento será vital no aprendizado do aluno, pois servirá para posteriores estudos, tais como, multiplicação e divisão de números fracionários, números decimais, porcentagens, situações do dia-a-dia, etc.

Nessa justificativa, percebe-se a adesão da equipe à tese desenvolvida no curso, pelo menos em nível discursivo, de que a conversão de registros semióticos é essencial à aprendizagem. Agora as docentes defendem que "a compreensão e a aquisição do conceito de fração" deve-se dar "através dos diferentes registros de representação semiótica". É por esse caminho que os alunos podem chegar à "identificação da grandeza" e ao "significado da fração dada". O primeiro parágrafo destaca que esse objetivo é alcançado "principalmente pelo uso de conversões entre os variados registros de representação semiótica".

A necessidade de serem usados materiais alternativos, sempre respeitando o contexto do aluno é enfatizada em seguida: "deve-se ensinar o assunto com materiais didáticos alternativos (dobraduras, quebra-cabeça, disco de papelão, etc.)" e "[devem-se apresentar] exemplos do contexto (divisões de áreas de terras, partes de um chocolate, ingredientes de um bolo e despesas familiares, etc.)".

No final da justificativa, a equipe demonstra que o conhecimento a respeito da adição e a subtração de frações "será vital no aprendizado do aluno". Para tanto, justificam que esse conteúdo servirá para estudos posteriores. Entre esses estudos posteriores, a equipe cita: "multiplicação e divisão de números fracionários" (tratamento dentro do registro de representação semiótica em questão), números decimais (conversão), situações do dia-a-dia (conversões, possivelmente), etc.

Segue-se o objetivo.

> **4) Objetivo:**
> Compreender a importância da utilização dos registros de representação semiótica, como ferramenta primordial no desenvolvimento cognitivo do aluno em relação ao estudo de frações e sua aplicação no contexto sócio cultural.

Aqui se percebe um conflito. Como dissemos, em tese a equipe está produzindo uma sequência didática para alunos de 5ª série. Todavia, o objetivo traçado sugere a própria equipe como aprendiz. Vejam-se, abaixo, mediante a estrutura clássica de um objetivo instrucional, duas paráfrases para o objetivo da equipe.

> (1) *No final da sequência didática* ***os alunos de 5ª série*** *deverão ser capazes de* compreender a importância da utilização dos registros de representação semiótica, como ferramenta primordial no desenvolvimento cognitivo do aluno em relação ao estudo de frações e sua aplicação no contexto sócio cultural.
>
> (2) *No final da sequência didática* ***a primeira equipe*** *deverá ser capaz de* compreender a importância da utilização dos registros de representação semiótica, como ferramenta primordial no desenvolvimento cognitivo do aluno em relação ao estudo de frações e sua aplicação no contexto sócio cultural.

Repare-se que a equipe visa "compreender a importância da utilização dos registros de representação semiótica". Isso é um objetivo para as próprias docentes. Isso é mais claro quando a equipe afirma que os registros de representação semiótica atuariam como "ferramenta primordial no desenvolvimento cognitivo do aluno em relação ao estudo de frações e sua aplicação no contexto sócio cultural". O aluno, aqui, é um terceiro.

Essa formulação é muito diferente de algo como:

> (3) *No final da sequência didática* ***os alunos de 5ª série*** *deverão ser capazes de:*
> a) compreender o conceito de fração, mediante a exposição de diferentes registros de representação semiótica aplicáveis a seu contexto sócio cultural;
> b) identificar os elementos do registro de representação semiótica na forma de fração (formação de uma representação identificável);
> c) adicionar e subtrair (formas de tratamento) frações com mesmo denominador.

Nessa opção, os três elementos defendidos por Duval estariam contemplados. Em (a), a ênfase seria a apreensão do conceito, mediante a exposição de diferentes registros de representação semiótica, pressupondo-se a conversão; em (b), a ênfase seria a identificação da formação da representação semiótica das frações; e, em (c), duas possibilidades de tratamento, a adição e a subtração de frações com mesmo denominador.

Na avaliação da exposição da sequência, uma das professoras da segunda equipe questiona a primeira equipe nos seguintes termos:

> Meninas, uma observação importante. Toda essa produção de atividades desenvolvidas por vocês revela que vocês fizeram pensando em mostrar o aprendizado de vocês e não direcionado a alunos de 5ª série. Isso não é nenhuma crítica, mas sim um fato.

Tão significativa quanto à pergunta é a resposta da equipe.

> Você sabe que só agora nos atentamos para isso. Ou seja, nossa preocupação sempre foi a de testar e experimentar o quão difícil é para as crianças o conceito de fração como vinha sendo ensinado. Elas não absorvem o conceito em si. Estavam apenas reproduzindo.

Essa resposta põe em evidência o impacto do curso na meta-consciência das professoras para a distinção conceito/representação. Como se argumenta, de agora em diante, essa reflexão é mais importante do que verificar se a sequência é ou não compatível com a 5ª série. Ou seja, se as professoras conseguem ou não criar uma sequência didática exequível para estudantes dessa série é secundário. Mais importante é perceber pistas de que a distinção conceito/representação foi apreendida pelas próprias professoras.

Vejamos, a seguir, como a equipe planeja a execução das atividades.

6) Metodologia:

6.1) Problematização:

1. Qual a importância do entendimento do conceito de fração, partindo do pressuposto que os objetos matemáticos são partes de um inteiro?
2. Como os alunos apreendem o conceito de um número fracionário e sua representação?
3. Qual a importância do estudo das frações e suas representações no contexto sócio-cultural do aluno?

Na problematização, a equipe destaca no item 1 "a importância do entendimento do conceito de fração" e "partindo do pressuposto que os objetos matemáticos são partes de um inteiro". Repare-se que essa problematização foi direcionada as docentes e não aos alunos. Porém, o salto alcançado pelas docentes foi o reconhecimento de que o objeto matemático faz parte de um todo (inteiro); que esse todo pode ser dividido (fracionado) em várias partes, e que a justaposição dessas partes tornam a formar um inteiro.

No item 2, "como os alunos apreendem o conceito de um número fracionário e sua representação?", percebe-se a preocupação das docentes em tentar compreender o mecanismo cognitivo da apreensão do conceito de fração, bem como sua forma de representação. Porém, sabe-se que a formação de um elemento identificável de um objeto matemático depende da abstração e da formação de modelos mentais. Como garantir aos alunos da 5ª série tal entendimento?

O item 3 enfatiza "qual a importância do estudo das frações e suas representações no contexto sócio-cultural do aluno?". Essa problematização revela a predominância de um discurso etnomatemático, cuja preocupação em mostrar que as variadas formas de representação semiótica e o estudo das frações a partir de exemplos experienciados pode facilitar a apreensão dos objetos matemáticos em questão. Em tese, as docentes defendem que a abordagem dos conceitos matemáticos fracionários, por meio da utilização da linguagem semiótica e do acesso às variadas formas de representação semiótica, podem promover a inserção dos alunos no contexto sócio-cultural, por meio das conversões e tratamentos que são inerentes aos objetos matemáticos.

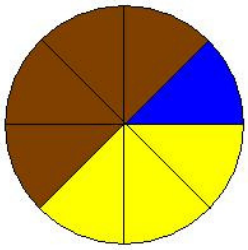
Segue-se a historicização

7) Historicização:

O surgimento das Frações

A palavra "fração" quer dizer parte de um todo. Ela vem do latim fractione e quer dizer dividir. Os números fracionários surgiram da necessidade de representar uma medida que não tem uma quantidade inteira de unidades, isto é, da necessidade de se repartir o inteiro. As notícias mais antigas do uso das frações vêm do Egito. As terras que margeavam o rio Nilo eram propriedades do Estado. Este dividia as terras entre os grupos familiares em troca de pagamento de tributos. Como o rio Nilo sofria inundações periódicas, as terras tinham de ser sempre medidas, já que o tributo era pago proporcionalmente à área a ser cultivada.

Representação de uma fração



A fração é representada por $\frac{a}{b}$, onde a letra a chama-se numerador e representa quantas partes você tomou do todo, enquanto que a letra b chama-se denominador e representa em quantas partes foi dividido o todo.
A figura representa um todo, e foi dividida em oito partes iguais, logo 8 será o denominador (a figura é uma representação gráfica de uma fração).

As partes marrons representam $\frac{4}{8}$ da figura.

As partes amarelas representam $\frac{3}{8}$ da figura.

A parte azul representa $\frac{1}{8}$ da figura.

Quando da reestruturação da historicização, a equipe buscou introduzir o conceito de fração, através do significado etimológico da palavra de origem latina *fractione* que quer dizer "dividir". Ou seja, "a palavra fração quer dizer parte de um todo".

Além dos aspectos históricos, discutidos no pré-teste anterior, houve também nessa nova historicização a preocupação de a equipe atrelar o conceito de fração por meio da utilização de representação semiótica. "a fração é representada por $\frac{a}{b}$ onde a letra a chama-se numerador e representa quantas partes você tomou do todo, enquanto que a letra b chama-se denominador e representa em quantas partes foi dividida o todo". Aqui a equipe destaca as formas de representação semiótica de uma fração, por meio da introdução do conceito de denominadores e numeradores, cuja soma de suas partes remetem à noção de um inteiro como um todo.

A utilização da figura, que visa representar graficamente a fração, sugere ter havido entendimento por parte das docentes de que se faz necessário o uso de conversões (neste caso, a utilização de uma representação figural [desenho], partindo dessa para a representação algébrica '$\frac{a}{b}$' e registro de escrita dos números '$\frac{4}{8}$, $\frac{3}{8}$ e $\frac{1}{8}$', seguida da linguagem natural) a equipe parece ter compreendido, em tese, que a utilização dos registros de representação semiótica, suas conversões e formas de tratamentos são importantes para a abordagem e a apreensão dos conceitos matemáticos. Observe-se “a figura é uma representação gráfica de uma fração”.

A equipe fracionou a figura em oito partes. Lê-se: “A figura representa um todo, e foi dividida em oito partes iguais”. Quatro partes estão apresentadas em marrom, três em amarelo e uma em azul. Com isso, a noção do conceito (noese) de fração foi identificada por representação (semiose) figural.

Ao traduzir as partes marrons da figura por meio de ‘ $\frac{4}{8}$ ’, há um exemplo claro de conversão. A equipe demonstra que o número oito indica o denominador, e que este representa quantas partes foi dividida o todo da figura: “8 será o denominador”. O número quatro indica o numerador, e que este representa quantas partes foi retirada do todo da figura “As partes marrons representam $\frac{4}{8}$ da figura”. O mesmo procedimento pode ser encontrado nas duas outras divisões (fracionamentos) do inteiro:

> As partes amarelas representam $\frac{3}{8}$ da figura.
> A parte azul representa $\frac{1}{8}$ da figura.

Contudo, vale destacar que, apesar desse esforço, essa introdução histórica é inadequada para a introdução do conteúdo de fração, porque não se traduz em avanço no modelo parte-todo dentro de um contínuo.

Seguem-se as estratégias:

> **8) Estratégias:**
>
> 8.1) Técnicas: aula dialogada visita a campo, entrevistas, atividades em sala de aula, materiais didáticos alternativos.
>
> 8.2) Recursos: materiais didáticos e alternativos, quadro, giz, régua fracionária, etc.

Evidencia-se por parte dessa equipe uma preocupação em aproximar o conteúdo matemático exposto à realidade sócio-cultural dos alunos, por meio de “entrevistas” e de “visita a campo”, com o intuito de mostrar a aplicabilidade do objeto matemático simulado na situação-problema. Nesse momento, percebe-se uma melhoria no processo ensino aprendizagem, por meio de uma postura didático-pedagógica em que as docentes se propõem a partir de uma situação real para a construção de uma representação simbólica, associando o objeto matemático e sua representação, o que deveria ser a primeira atividade.

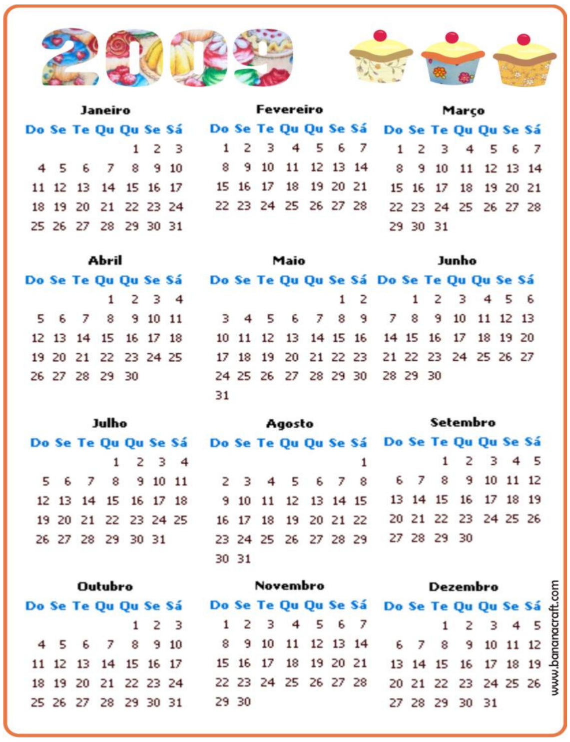
Segue-se a operacionalização das aulas,

> **9) Operacionalização das aulas:**
> - Apresentar o tema Fração;
> - Justificar a importância do estudo de frações e os objetivos a serem atingidos;
> - Apresentar e discutir a problematização a partir do conteúdo de fração;
> - Debater sobre a historicização do surgimento da fração, bem como a representação de uma fração;
> - Definir as estratégias e os recursos utilizados na abordagem do tema.
> - Desenvolvimento do conceito de fração partindo da experimentação.

A equipe reestruturou a operacionalização das aulas, enfatizando a importância da justificativa do tema, a apresentação e a discussão da problematização, sua historicização fundamentada na representação semiótica e também definiu as estratégias e os recursos para o desenvolvimento do conceito de fração partido da experimentação. No pré-teste, a equipe sugeriu a operacionalização das aulas por meio da elaboração de uma aula prática, sem observar o aprendizado com relação ao conceito de fração e suas múltiplas representações.

Segue-se a situação-problema 1:

> Utilizando-se um calendário anual, pedir aos alunos que observem que o conjunto dos dozes meses compõe a noção de um ano (inteiro) e que cada mês representa uma fração do todo.



> Sendo assim, pede-se que:
> a) Represente por meio da registro de representação aritmética o conceito de fração que corresponde ao primeiro trimestre e o segundo semestre?
> b) O que sugere o numerador e o denominador dessa fração obtida?

A utilização de um calendário, embora use um modelo discreto no qual as partes não são rigorosamente iguais (há meses com diferentes quantidades de dias), revela a preocupação da equipe em apresentar um exemplo mais próximo da realidade das crianças. O propósito é o de identificar meses, trimestres e semestres como frações do ano. Seria o caso apenas de se questionar se os conceitos de bimestre, trimestre, quadrimestre ou semestre são dominados na faixa etária em questão. Textualmente: "utilizando-se um calendário anual, pedir aos alunos que observem que o conjunto dos dozes meses compõe a **noção** de um ano (inteiro) e que cada mês **representa** uma fração do todo" (grifos da pesquisadora). [10] A utilização da palavra 'noção' é significativa, uma vez que indica haver uma preocupação conceitual e não apenas simbólica. A justa importância desse exemplo, muito próximo da vivência das crianças, está no fato de que o ano pode ser fracionado de inúmeras maneiras.

Prosseguem os exercícios sugeridos pela equipe. O primeiro solicita que cada aluno "represente por meio da **registro de representação aritmética** o **conceito de fração** que corresponde ao primeiro trimestre e o segundo semestre" (grifos da pesquisadora). O mérito aqui é o de se pensar no conceito de trimestre e semestre como fração de um ano. Pequeno descuido, entretanto, na expressão "registro de representação aritmética", quando se quer verificar no quadro numérico uma representação em fração. O objetivo aqui é o de converter a idéia de trimestre e de semestre enquanto uma quarta parte e uma metade do ano para as notações '$\frac{1}{4}$' e '$\frac{1}{2}$', respectivamente. Observe-se, considerando-se o conceito de semestre, que se poderia aqui já lidar com sucessivos tratamentos '$\frac{6}{12}=\frac{3}{6}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$', cada qual podendo ser convertido em linguagem natural, uma vez que a idéia ou noção de metade de um ano poderia ser parafraseada sucessivamente por: 'seis meses', 'três bimestres', 'dois trimestres', 'um semestre'.

Esse tipo de exercício é um excelente meio de promover o aprendizado dos alunos através da utilização de um calendário.

Trabalhar os 12 (doze) meses do ano como sendo um inteiro e cada mês, bimestre, trimestre ou semestre como frações desse inteiro viabiliza a apreensão noética desses conceitos. Mas não somente, ao lidar com a representação fracionária, sempre as convertendo para representação em linguagem natural, a criança pode assimilar melhor a representação identificável e formas de tratamento (aqui especialmente a simplificação de frações).

[10] O calendário pode ser também um mote muito interessante para a noção de conjunto.

O segundo exercício preocupa-se, justamente, com a identificação da representação fracionária. Textualmente: “O que sugere o numerador e o denominador dessa fração obtida?”. A equipe espera que os alunos tenham compreendido que o denominador indica quantos meses compõem o ano (12), enquanto que o numerador denota a quantidade de meses referentes ao primeiro trimestre (3) e ao segundo semestre do ano (6). Ou seja, a equipe espera que os alunos obtenham os seguintes registros de representação semiótica: para o primeiro trimestre do ano, a notação fracionária ‘ $\frac{3}{12}$ ’ e, para o segundo semestre do ano, a notação fracionária ‘ $\frac{6}{12}$ ’.

Durante a exposição da sequência didática, uma das professoras da segunda equipe menciona:

> A abordagem da situação-problema desenvolvida pela primeira equipe denota a importância da utilização dos registros de representação semiótica na apreensão do conceito de fração. A forma como a equipe utilizou um calendário para trabalhar a noção de fração deixa claro para todos (docentes e alunos) o entendimento da noção de noese (conceito) e da semiose (representação).

Essa fala sugere ter havido uma mudança na prática pedagógica das docentes na elaboração da sequência didática. Durante a socialização, as docentes pertencentes ao primeiro e segundo grupos de trabalho identificaram a importância da incorporação dos registros de representação semiótica como elemento crucial para o desenvolvimento cognitivo do educando, quanto à apreensão dos conceitos de fração e suas representações. Em tese, pode-se afirmar que se distinguiu objeto (noese) de sua representação (semiose).

Segue-se a sequência didática elaborada na situação-problema 2:

> De posse do embasamento teórico metodológico, propor aos alunos uma visita de campo com o intuito de aferir o grau de abstração em relação aos conceitos fracionários apreendidos e sua aplicabilidade no cotidiano.
> Os moradores de uma determinada comunidade, localizada num município da região da AMUREL, possuem uma economia baseada no plantio de fumo.
> A família do senhor Rocha, plantou na ultima safra 10 hectares de pés de fumo. Sabendo que a venda do produto colhido rendera um total de R$ 60.000,00 (sessenta mil reais). Deste total $\frac{1}{4}$ da colheita foi destinada ao pagamento dos trabalhadores e mais $\frac{1}{4}$ da colheita para o pagamento das demais despesas.

A elaboração da situação-problema 2, revela um comprometimento da equipe em formular uma problemática partindo da realidade sócio-cultural do aluno, em detrimento de uma prática pedagógica presente em pré-teste, que tinha como ação pedagógica a mera reprodução de problemas elaborados e apresentados nos livros didáticos de matemática.

A idéia de ida a campo tem clara conexão com as idéias etnomatemáticas de D'Ambrósio, sugerindo a apreensão dos conhecimentos teórico-metodológicos apreendidos durante o curso de capacitação. Observe-se, a seguir, a exploração dos objetos matemáticos inerentes ao ambiente sócio-cultural presente na comunidade "Os moradores de uma determinada comunidade, localizada num município da região da AMUREL, **possuem uma economia baseada no plantio de fumo**" (grifos da pesquisadora).

A construção dessa situação-problema revela mais uma vez uma metarrepresentação. É razoável supor que esse exercício foi organizado com o intuito de as professoras aplicarem o conhecimento obtido no curso de capacitação. O aluno ainda aparece como coadjuvante do processo de ensino e de aprendizagem. Repare-se, por exemplo, na complexidade de os alunos representarem para si a noção de dez hectares, dez unidades de 10.000 m^2 ou 100.000 m^2 (a noção mesmo de 'quadrado' em 'metros quadrados' implica a noção de potência). Destaque-se, ainda, que o conteúdo de unidades de medida sucede o de fração na quinta série (PLANO DE CURSO, 2009, p. 1, ver ANEXO D). A exposição da situação-problema, além disso, utiliza vários registros de representação semiótica que necessariamente precisam ser convertidos: unidades de medida (10 hectares), sistema monetário (R$ 60.000,00), linguagem natural (sessenta mil reais) e registro de escrita dos números fracionários ($\frac{1}{4}$).

Na socialização, as docentes assim desenvolveram a situação-problema 2:

> Com papel sulfite, construir um quadrado de forma a representar o terreno;
> Representação esquemática do terreno de 10 hectares de área.
> Sabendo que cada hectare de área mede 10.000 m².
> Logo, 10 hectares de terreno medem 100.000 m².

Para dar conta da representação do terreno, a equipe apela para uma representação material (tal como um mapa) implicando a necessidade da noção de escala (havendo aqui necessariamente uma interdisciplinaridade com a geografia). Para tanto, dez unidades de medida são muito complexas de se representar em um quadrado (melhor seriam potências de quatro unidades 4, 8, 16 hectares, por exemplo). [11] Em outras palavras, a operacionalização desse problema supostamente é muito complexa para crianças nessa faixa etária.

Durante a exposição da sequência didática ao grande grupo, uma das docentes da segunda equipe de trabalho questionou:

[11] A rigor, a raiz de 100.000 m^2 é 316,227 m,. O exemplo da equipe vai considerar 21 cm do lado menor da folha A4 como o lado de um quadrado, a escala é algo como 0,21 m: 316,227 m ou 1 cm: 1505,84 cm.

> Como os alunos irão compreender o desenvolvimento do cálculo da área do terreno, sendo que os mesmos não possuem as medidas reais do terreno, tais como: (comprimento e largura) imprescindíveis para a formação da representação e o tratamento? Porque a equipe utilizou a conversão entre os sistemas de medidas de forma direta? **O natural não seria trabalhar primeiramente a formação da representação identificável do objeto matemático e os tratamentos, para então depois efetuar as conversões entre eles**? (grifos da pesquisadora)

A pergunta da professora evidencia a complexidade da forma como a equipe elaborou seu problema. Isso põe em evidência que a criação de situações-problema em matemática é uma atividade complexa que não pode ser feita de forma despreocupada com as consequências.

Tão significativa quanto a pergunta foi a resposta dada:

> No entender da equipe, sempre compreendemos os objetos matemáticos por meio do uso de representações identificáveis e seus tratamentos. Sendo assim, nossa intenção foi a de incorporar as noções de conversões presentes nos registros de representações semióticas dos objetos matemáticos. É evidente que durante a prática docente, faz-se necessário a incorporação das três atividades cognitivas.

A resposta está correta em tese, mas deixa escapar a questão da complexidade das representações e de seus tratamentos para alunos de 5ª série. Estariam elas pensando em si mesmas? É o que sugere a apresentação esquemática da situação-problema 2.

Na primeira versão, representações figurais representam à unidade monetária, considerando-se R$ 60.000,00, como um inteiro. A ilustração que se segue refere-se a quatro folhas separadas, colocadas ao modo de um quadrado para efeitos de exposição. Na folha superior esquerda, a ênfase é dada às múltiplas representações do conceito de inteiro; na folha superior direita, a ênfase é dada às múltiplas representações do conceito de metade; nas folhas inferiores, a ênfase é dada às múltiplas representações do conceito de quarta e oitava partes de um inteiro, respectivamente.

<table>
<tr><td colspan="2">R$60.000,00
*

Um inteiro
1
100%</td><td>R$ 30.000,00
$\frac{1}{2}$
Um meio
0,5
50%</td><td>R$ 30.000,00
$\frac{1}{2}$
Um meio
0,5
50%</td></tr>
<tr><td>R$ 15.000,00</td><td>0,25</td><td>R$ 15.000,00
$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$
0,125+0,125=0,25
R$7.500,00+R$7.500,00</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{4}$</td><td>25%</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>25%</td></tr>
</table>

Ilustração 4 – Representação das quatro folhas em papel A4, configurando, sucessivamente, um inteiro, duas metades e duas versões de quatro partes do valor de R$ 60.000,00.

Vale destacar, por exemplo, que na primeira folha, a equipe utiliza a própria representação figural do perímetro da folha, para representar o valor inteiro do terreno. Dentro desse espaço, percebem-se as seguintes conversões: ‘R$ 60.000,00’ para notação monetária, ‘um inteiro’ linguagem natural, ‘1’ notação decimal e ‘100%’ notação percentual, todas elas retratando a noção de inteiro. A rigor, não se pode atribuir às notações percentuais a categoria de conversão, uma vez que se defende a tese de que a percentagem não se constitui em um registro de representação a parte. Apesar disso, a equipe de docentes assim procede.

A equipe se esquece de expor a notação fracionária ‘$\frac{1}{1}$’ nessa folha. Isso talvez se explique pelo estranhamento dessa expressão que, por redundância, é substituída por ‘1’. A notação fracionária não prescinde da noção de numerador e denominador, obviamente; assim, a representação ‘$\frac{1}{1}$’ é relevante para indicar ‘uma parte de uma única parte’, essencial para internalizar a formação da representação identificável dessa notação e para os tratamentos que dela fazem uso.

Segue-se a segunda versão, onde as representações figurais representam à área do terreno de 10 hectares, como um inteiro. O mesmo recurso de apresentar as quatro folhas separadas juntas, na forma de um quadrado, repete-se aqui.

<table>
<tr><td colspan="2">10 hectares
*

Um inteiro
Ou
100%</td><td>5 hectares
$\frac{1}{2}$
Um meio
0,5
50%</td><td>5 hectares
$\frac{1}{2}$
Um meio
0,5
50%</td></tr>
<tr><td>2,5 hectares</td><td>0,25</td><td>$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$
0,125+0,125= 0,25</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{4}$</td><td>25%</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>25%</td></tr>
</table>

Ilustração 5 – Representação das quatro folhas em papel A4, configurando, sucessivamente, um inteiro, duas metades e duas versões de quatro partes da área de 10 hectares.

Na ilustração 5, a equipe teve como objetivo trabalhar as conversões possíveis acerca da área do terreno de 10 hectares. Na folha superior esquerda, mais uma vez, o perímetro da folha representa o total do terreno (as suas divisas). A equipe apresenta as seguintes representações: ‘10 hectares’, notação de sistema de medida de terrenos, “um inteiro”, linguagem natural e 100% notação percentual. Nessa folha, a equipe omitiu a representação fracionária '$\frac{1}{1}$', que equivale à representação da área total do terreno de 10 hectares, bem como, a notação decimal '1', que equivalente a parte inteira do terreno. Nas três folhas seguintes, a equipe se propõe a sucessivamente representar divisões do terreno, mas não segue um padrão exato de correspondências.

Diante das inúmeras formas de registros de representação semiótica presente na situação-problema 2, constata-se que a equipe procurou demonstrar que é possível desenvolver a noção de fração por meio da utilização de várias formas de conversão.

Todavia, comparando a atividade com o plano curricular de ensino de matemática, proposto para a 5ª série do ensino fundamental, observa-se que os conteúdos referentes à "números decimais", "números racionais", "porcentagens" e "sistemas de medidas" estão ordenados cronologicamente após a introdução dos conteúdos referentes ao estudo de "frações" citados na unidade V (PLANO DE CURSO, 2009, p. 1, ver ANEXO D). Diante do exposto, como garantir que os alunos da 5ª série compreenderiam tais conversões?

Como as atividades excedem em complexidade e abstração o que se exigiria para o conteúdo de fração e a série em questão, essa situação-problema 2 sugere mais uma vez que o público-alvo dessa sequência didática não é o aluno de 5ª série, mas as próprias docentes.

Segue-se a análise das atividades apresentadas a partir da situação-problema 2.

> De posse da visualização esquemática da área do terreno da lavoura do senhor Rocha, considerando todos os rendimentos desta safra, responda:
> a) Que fração foi destinada ao pagamento das despesas totais, incluindo o pagamento dos trabalhadores e demais despesas?
> b) Que fração da lavoura sobrou para o senhor Rocha?
> c) Quantos reais do total da colheita de fumo restaram para o senhor Rocha?
> d) Quantos reais foram destinados ao pagamento trabalhadores?
> e) Quantos reais foram destinados ao pagamento das demais despesas?

No item a, "Que fração foi destinada ao pagamento das despesas totais, incluindo o pagamento dos trabalhadores e demais despesas?" as docentes sugerem que os alunos sejam capazes de reconhecer a formação de uma representação identificável e seus tratamentos (adição de frações de mesmo denominador). Exemplificando '$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$'. A resposta encontrada seria de que o senhor Rocha gastaria cerca da metade '$\frac{1}{2}$' da sua colheita com pagamento das despesas totais.

Na atividade b, "Que fração da lavoura sobrou para o senhor Rocha?", espera-se que os alunos reconheçam a formação de uma representação identificável e seus tratamentos (subtração de frações de mesmo denominador). Exemplificando: '$\frac{4}{4}-\frac{2}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$'. Subentende-se que, após os tratamentos efetuados os aluno concluiriam: Sobraria para o senhor Rocha '$\frac{1}{2}$', que equivale à metade da lavoura.

Na atividade c, "Quantos reais do total da colheita de fumo restaram para o senhor Rocha?", espera-se que os alunos sejam capazes de converter a notação fracionária da área do terreno remanescente para a notação monetária. Ou seja, "$\frac{4}{4}$ equivalem à R$ 60.000,00 (sessenta mil reais), que equivale ao total da colheita de fumo, $\frac{2}{4}$ equivalem a $\frac{1}{2}$, que se traduz, após a conversão monetária, em R$ 30.000,00, a metade da colheita de fumo pertencente ao senhor Rocha.

No item d, "Quantos reais foram destinados ao pagamento trabalhadores?", espera-se que os alunos tenham capacidade de formar a representação identificável, como também efetuar os tratamentos (subtração de frações com o mesmo denominador) dentro de um mesmo registro. A resolução do problema seria: '$\frac{4}{4}-\frac{2}{4}=\frac{2}{4}$'. Sendo que: '$\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$' (destinado ao pagamento dos trabalhadores). Traduzindo para a notação monetária temos: R$ 30.000,00 – R$ 15.000,00 = R$ 15.000,00 (destinado ao pagamento dos trabalhadores).

No item e, "Quantos reais foram destinados ao pagamento das demais despesas?", as docentes esperam que os alunos reconheçam a própria formação da representação identificável, bem como saibam operar por meios de tratamentos (subtração de frações com o mesmo denominador): '$\frac{4}{4}-\frac{2}{4}=\frac{2}{4}$', sendo que: '$\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$' equivale ao pagamento das demais despesas. Traduzindo para a notação monetária temos: 'R$ 30.000,00 – R$ 15.000,00 = R$ 15.000,00' (destinado ao pagamento das demais despesas).

Segue-se a sequência didática referente à situação-problema 3.

> Uma moradora pertencente a uma comunidade rural, tendo como meio de subsistência a produção de leite em sua pequena propriedade, retirou 20 litros de leite durante o dia, em duas ordenhas. Na primeira ordenha foram tirados 12 (doze) litros de leite, dos quais $\frac{1}{4}$ foram destinados para a fabricação de iogurte e $\frac{1}{4}$ para a fabricação de bolo e 50% dos 12 litros de leite para produção de queijo.

A proposição: "Uma moradora pertencente a uma **comunidade rural**, tendo como **meio de subsistência** a produção de leite em sua pequena propriedade [...]" (grifos da pesquisadora) revela uma preocupação por parte das docentes em abordar os objetos matemáticos partindo da realidade sociocultural dos alunos, comungando com os pressupostos teórico-metodológicos fundamentados nos ideários da etnomatemática.

No decorrer da proposição "[...] Na primeira ordenha foram tirados 12 (**doze**) litros de leite, dos quais '$\frac{1}{4}$' foram destinados para a fabricação de iogurte e '$\frac{1}{4}$' para a fabricação de bolo e **50%** dos 12 litros de leite para produção de queijo" (grifos da pesquisadora), fica evidente o comprometimento da equipe em trabalhar os registros de representação semiótica, através da linguagem natural e da notação fracionária e percentual.

> [...]
> Com base, na quantidade de leite em litros, tiradas na primeira ordenha, responda:

Ilustração 3 – Representação de 12 (doze) litros de leite, retirados na primeira ordenha.

Observe-se, contudo, que a representação figural, tal como proposta pela equipe, não corresponde à realidade. Um produtor de leite, na tarefa de produzir iogurte, não se daria ao trabalho de acondicionar o leite em litros. Seja como for, ao colocarem as imagens dos litros de leite lado a lado, as docentes promovem a criação de um modelo mental que facilita a apreensão do conceito de inteiro e frações de um inteiro. A sequência sugere uma prática que poderia ser facilmente trabalhada em sala. Por exemplo, poder-se-ia solicitar que os alunos trouxessem garrafas pet, obtendo inúmeras formas de manipulação das divisões.

Seguem-se as atividades sugeridas e desenvolvidas pelas docentes. Antes, contudo, observe-se mais uma vez a noção de igualdade '=' sendo atribuída à idéia de conversão.

> [...]
> a) Qual a quantidade de leite em litros destinados para a fabricação do iogurte?

$\frac{1}{4}$ ou 25% de 12 litros = 3 litros $\frac{1}{4}$ ou 25% de 12 litros = 3 litros

$\frac{1}{4}$ ou 25% de 12 litros = 3 litros $\frac{1}{4}$ ou 25% de 12 litros= 3 litros

Resposta: Foram utilizados para a fabricação do iogurte três (três) litros de leite, ou seja , $\frac{1}{4}$ ou 25% do total de 12 litros.

Na atividade a, “Qual a quantidade de leite em litros destinados para a fabricação do iogurte?”, as docentes esperam que os alunos, a partir da situação-problema 3, onde “$\frac{1}{4}$ do total de 12 litros foram destinados para a fabricação de iogurte”, sejam capazes de compreender que ‘$\frac{1}{4}$’ de 12 litros é o mesmo que: ‘$12 \div 4$’; ou então, organizar os 12 litros de leite em quatro grupos compostos por 3 litros de leite. As docentes parecem traduzir a noção de fração, como algo fracionado ou dividido a partir de algo inteiro (nesse caso, os 12 litros de leite no desenho).

Repare-se que a forma como a equipe desenvolveu toda a resolução, incorporando no texto da resposta conversões simultâneas “[...] três (três) litros de leite, ou seja, $\frac{1}{4}$ ou 25% do total de 12 litros”. Isso demonstra uma preocupação de as docentes trabalharem a noção de fração utilizando-se de vários registros de representação semiótica.

[...]

b) Fabricação do bolo?

$\frac{1}{4}$ de 12 litros ou 25 % = 3 litros $\frac{1}{4}$ de 12 litros ou 25% = 3 litros


$\frac{1}{4}$ de 12 litros ou 25% = 3 litros $\frac{1}{4}$ de 12 litros ou 25% = 3 litros

Resposta: Foram utilizados para a fabricação do bolo 3 (três) litros de leite, ou seja 25% do total de 12 litros.

Na atividade ‘b’, “Qual a quantidade de leite em litros destinados para a fabricação de bolo?”, as docentes esperam que os alunos façam a correlação com a resposta encontrada na atividade ‘a’, pois ambas as relações equivalem a frações iguais.

[...]

c) Que fração corresponde à fabricação de queijo, sabendo que foram utilizados 50% de 12 litros de leite?

12 litros de leite retirados na 1ª ordenha, ou seja: 100% do leite a ser utilizado para a fabricação de iogurte, bolo e queijo

Resposta: 6 litros de leite retirados na 1ª ordenha, ou seja: 50% ou $\frac{1}{2}$ do leite utilizado somente para a fabricação de queijo.

Na atividade ‘c’, “Que fração corresponde à fabricação de queijo, sabendo que foram utilizados 50% de 12 litros de leite?”, evidencia-se uma preocupação da equipe em apresentar as formas de conversões possíveis para a apreensão do objeto matemático.

[...]

d) Represente através de desenhos o total de litros de leite retirados nas duas ordenhas.

Na atividade ‘d’, “Represente através de desenhos o total de litros de leite retirados nas duas ordenhas?”, as docentes solicitam que os alunos consigam desenvolver suas habilidades cognitivas por meio da utilização de representação figural (desenhos). Nota-se a ausência da formação de uma representação identificável que denote a noção de quantidade, ou seja, 20 litros de leite.

[...]
e) Que fração do total de 20 litros de leite foi destinada para a fabricação de queijo, bolo e iogurte. Em seguida, determine a quantidade de litros de leite restantes destinados na segunda ordenha.

$\frac{3}{20}$

$\frac{3}{20}$

$\frac{6}{20}$

Conclui-se que: $\frac{3}{20} + \frac{3}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20}$

Temos $\frac{12}{20}$ utilizados para a fabricação de bolo, iogurte e queijo.

Do total de 20 litros, temos: $\frac{20}{20} - \frac{12}{20} = \frac{8}{20}$

Logo, na segunda ordenha foram retirados um total de oito litros de leite.

Na atividade 'e', "Que fração do total de 20 litros de leite foi destinada para a fabricação de queijo, bolo e iogurte. Em seguida, determine a quantidade de litros de leite restantes destinados na segunda ordenha", a equipe solicita que os alunos determinem a formação de uma representação identificável do objeto matemático seguido de tratamentos (adição e subtração de frações com o mesmo denominador).

Em todas essas atividades, embora se reconheça o progresso no sentido de reconhecer o valor das conversões, a equipe utiliza representações ainda não trabalhadas na 5ª série, sugerindo, mais uma vez, que o público-alvo das atividades era elas mesmas.

Segue-se a avaliação da sequência didática,

8) Avaliação:
Verificar a capacidade do aluno quanto a compreensão da noção do conceito de fração e suas possíveis representações.

O item 8, "Verificar a capacidade do aluno quanto a compreensão da noção do **conceito** de fração e suas possíveis **representações**" (grifos da pesquisadora), trata da avaliação de toda a sequência didática elaborada em pós-teste. Essa formulação ratifica a mudança de postura pedagógica da equipe, quando reconhece a importância de distinguir o objeto matemático de sua representação.

A seguir, apresentam-se as referências bibliográficas utilizadas na sequência:

9) Referências Bibliográficas:
GIOVANNI, José Ruy; PARENTE, Eduardo. Aprendendo matemática. 5ª série. São Paulo: FTD, 1999.
GUELLI, Oscar. Matemática: uma aventura do pensamento. 5ª série. 8. ed. São Paulo: Ática, 2001.
JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo; CENTURIÓN, Marília. Matemática na Medida Certa. 5ª série. 7. ed. São Paulo: Editora Scipione Ltda, 2001.

3.2.3 Desempenho da primeira equipe

Na elaboração da sequência didática em **pré-teste**, as docentes revelam uma prática fundamentada em um modelo de ensino tradicional descontextualizado e indiferente às reais necessidades dos educandos. As docentes propuseram atividades que objetivavam o conteúdo de fração por meio de exercícios mecânicos.

Na problematização do pré-teste, percebe-se a retomada de uma prática que é negada discursivamente. Apesar de inicialmente buscarem demonstrar aproximação entre o objeto matemático e a vivência dos alunos, com a utilização do exemplo da pizza, usam o quadro-negro para representá-la, uma vez que a exposição do conteúdo em quadro-negro é fundamental no ensino tradicional.

O exemplo da pizza, embora adequado porque é etnograficamente comum aos alunos, é empobrecido com essa estratégia de meramente expor uma pizza num quadro-negro. Por exemplo, as docentes poderiam produzir fatias de pizza em papelão ou qualquer outro material que as crianças manipulassem, antes mesmo que o assunto fosse abordado. Isso tornaria o ensino significativo à medida que os alunos construiriam um modelo mental de inteiros e parcelas desses inteiros para depois integrar esses conhecimentos à noção noética de inteiro e de fração.

O plano de aula da primeira equipe é composto de outras atividades, entre elas a historicização e a justificativa do estudo de fração. Ambas foram feitas apenas no papel. Na historicização, a equipe redige um texto que não foi socializado, nem, tão pouco, justificado. O quebra-cabeças com materiais alternativos, que compõe a atividade 1, também não foi realizado. Essas ausências revelam distância entre o que é planejado e o que é, de fato, executado, sugerindo uma dissociação entre o planejamento e a execução das aulas.

Na segunda aula do pré-teste, percebe-se que a equipe demonstra preocupar-se em fazer com que o aluno tenha contato com materiais concretos para melhor assimilação do conteúdo, mas houve uma dissociação do modelo usado anteriormente. Nessa aula, a pizza é substituída pelo círculo, partindo do pressuposto de que os alunos já teriam conhecimento prévio da noção de círculo. O problema está justamente na divisão do círculo em múltiplos diferentes de quatro.

A equipe utiliza alguns registros de representação semiótica, tais como: língua natural, registro de representação figural e linguagem numérica, bem como as conversões entre os registros de representação semiótica, mesmo que intuitivamente. No entanto, esses conhecimentos são elencados apenas no planejamento, visto que a equipe não apresenta a operacionalização da aula. Esse fato sugere, teoricamente, capacidade de execução de uma aula significativa, apesar de essa capacidade não ser colocada em prática.

Apesar de não socializados, os exercícios elaborados para a segunda aula demonstram certa despreocupação com aprendizagem ou não do conceito de fração, pois não há garantias de que foram trabalhados: a notação fracionária, a sua conversão em registro de representação figural e a assimilação do conceito de fração anteriormente. Ainda assim, a equipe pressupõe domínio desses conceitos e parte para tratamentos complexos como adição e subtração de frações com o mesmo denominador (inclusive gerando resultados com frações impróprias e um caso onde o resultado é '$\frac{0}{5}$'. Em tese, uma criança que não compreendeu a noção noética de fração não dará o salto cognitivo necessário para apreensão do conteúdo mais elaborado como o de adição e subtração de frações com o mesmo denominador.

Analisando a sequência didática desenvolvida em **pós-teste**, observa-se que houve entendimento e adesão, pelo menos discursiva, à teoria oferecida pelo curso.

Na justificativa do plano, a equipe demonstra compreender que a conversão de registros semióticos se faz necessária à aprendizagem do aluno, quando defende que a "compreensão e aquisição do conceito de fração" deve-se dar "através dos diferentes registros de representação semiótica". A equipe salienta, ainda, a necessidade do uso de materiais didáticos alternativos e a importância da exemplificação através do contexto do aluno como facilitador da aprendizagem.

No entanto, quando se analisa o objetivo da aula, percebe-se que a equipe se desvia do público alvo, os alunos de 5ª série, para traçar algo voltado para a própria equipe. Apesar de inicialmente terem a proposta de planejar uma sequência didática voltada para alunos da 5ª série do ensino fundamental, as docentes sugerem como objetivo "compreender a importância da utilização dos registros de representação semiótica, como ferramenta primordial no desenvolvimento cognitivo do aluno em relação ao estudo de frações e sua aplicação no contexto sócio cultural".

Ao mencionarem "compreender a importância da utilização dos registros de representação semiótica", a equipe se coloca como público-alvo e, consequentemente, alça o aluno a uma posição terceira.

Com base nessa perspectiva de papéis, a equipe reestrutura todo o planejamento da sequência, atribuindo grande importância à justificativa do tema, à apresentação e discussão da problematização e à historicização, que é fundamentada na representação semiótica. Isso se reforça na reelaboração de estratégias e de recursos.

Na historicização, a equipe utiliza a história para apresentar o que é fração e não uma atividade para que as crianças construíssem tal conhecimento. O problema se refere ao não conhecimento do próprio conteúdo. Os docentes se baseiam apenas no livro didático.

Nas estratégias, ao fazerem uso de entrevista e de visita a campo, as docentes revelam uma perspectiva etnomatemática, no sentido de aproximar o objeto matemático à realidade sócio-cultural dos alunos.

Os exercícios propostos pela equipe conformam-se como situações-problema. No primeiro problema, apresenta-se o calendário como meio de trabalhar o conceito de fração, de numerador e de denominador. No segundo problema, ao sugerirem uma saída de campo, as docentes aproximam o momento de aprendizagem da situação cotidiana do aluno. No terceiro problema, a equipe faz uso da manipulação de litros de leite. Esses exercícios revelam uma preocupação da equipe em trazer o cotidiano do aluno como forma de facilitar a aprendizagem. Todavia, especialmente nos últimos exercícios, a equipe se equivoca no momento em que insere noções de medidas e de conversões que excedem a capacidade de abstração de alunos de 5ª série do Ensino Fundamental.

Em síntese, enquanto no pré-teste a equipe produziu uma sequência tradicional, copiando modelos, no pós-teste a sequência revela uma preocupação em trazer atividades voltadas à realidade dos alunos e privilegiar conversões sobre formação de representação identificável e tratamentos. Todavia, esse avanço teórico não se traduz em uma sequência aplicável a alunos de 5ª série do Ensino Fundamental, mas voltado às próprias docentes.

3.3 ANÁLISE DA SEGUNDA EQUIPE

Nesta seção, analisam-se as sequências didáticas da segunda equipe. Essa seção foi dividida em três subseções, de tal modo que nas duas primeiras subseções analisam-se os elementos do pré e do pós-teste e na terceira seção, avalia-se o desempenho da equipe.

3.3.1 Análise do pré-teste da segunda equipe

A sequência didática do segundo grupo (ver ANEXO E) refere-se ao conteúdo de formas geométricas que, de acordo com o plano curricular de ensino da escola, está adequado para a 5ª série do Ensino Fundamental. Identificação, tema (formas geométricas) e subtemas (figuras planas e cálculo de área e perímetro) são apresentados, a seguir:

> **1-Identificação:**
>
> SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
> Disciplina: Matemática
> Série: 5ª
> Cronograma: 4h/a
>
> **2) Tema:** Formas Geométricas
>
> **2.1) Subtema:**
> - Figuras planas;
> - Cálculo de área e perímetro.

Repare-se que, para as docentes, área é um número e não uma grandeza.

A sequência prossegue com uma historicização:

> 3) Historicização:
> Foi da observação da Natureza e capacidade de abstração do Homem, vendo formas geométricas a partir de simples pontos, que surgiu a Geometria. Do latim, ciência que mede a Terra – geometria. A geometria também pode ser considerada a Ciência que estuda as leis das figuras e relações das medidas, entre linhas, superfícies e sólidos geométricos.
> No Egito Antigo e essencialmente na Grécia Antiga, a geometria tornou-se uma ciência profundamente desenvolvida. Os gregos estudavam as formas elementares do espaço: o ponto, a linha e a superfície. A geometria plana que hoje conhecemos, foi amplamente estudada por Euclides na mesma época. Os polígonos regulares são considerados por isso, os elementos de Euclides. A geometria pode ser encontrada nas mais diversas formas naturais, e a partir dessa observação e estudo da Natureza, descobrimos a geometria e podemos criar composições com base nela.

O texto, que deriva de vários recortes da internet, sugere certo entendimento de que a geometria é uma abstração de regularidades de formas da natureza: "Foi da observação da Natureza e capacidade de abstração do Homem, vendo formas geométricas a partir de simples pontos, que surgiu a Geometria". Todavia, há de se questionar se essa formulação não consiste em mera reprodução das fontes consultadas. Esse discurso, portanto, não garante estarem internalizadas as diferenças entre conceitos geométricos e formas de representá-los.

Segue-se a justificativa do tema:

> **4) Justificativa:**
>
> As crianças, ao redor do mundo, têm-se divertido muito desenhando os traçados da amarelinha nas calçadas, nas ruas, nos pátios dos recreios escolares, ou nos quintais e jardins das casas. Os adultos também possuem na lembrança, os alegres momentos de lazer que tiveram, quando crianças, ao brincarem este jogo tradicional e popular. Independentemente do traçado, a amarelinha é jogada sempre do mesmo modo, podendo haver variações na disposição dos jogadores e forma como é desenhada. Estas formas nos remetem ao estudo da Geometria que pode estar associadas a diferentes figuras que se apresentam nas mais diversas situações no contexto do aluno.

O texto da justificativa é na verdade uma proposição de um exemplo que, partindo da realidade das crianças, sugere a pertinência do estudo da geometria. A preocupação em associar a geometria à realidade do aluno pode ser vista no seguinte trecho. "As crianças, ao redor do mundo, têm-se divertido muito desenhando os **traçados da amarelinha** nas **calçadas**, nas **ruas**, nos **pátios** dos **recreios escolares**, ou nos **quintais** e **jardins** das **casas**. Os adultos também possuem na lembrança, os alegres momentos de lazer que tiveram, quando crianças, ao brincarem este **jogo tradicional e popular**" (grifos da pesquisadora).

O jogo da amarelinha é uma estratégia para facilitar o reconhecimento das figuras geométricas pelos alunos, a partir da visualização de representações pictóricas (desenhos). Essa aproximação é apresentada textualmente: "Estas formas nos remetem ao estudo da Geometria que pode estar associadas a diferentes figuras que se apresentam nas mais diversas situações no contexto do aluno".

Durante a socialização da justificativa ao grande grupo, uma docente da primeira equipe comenta:

> Sabemos da importância de partir do concreto para o abstrato no desenvolvimento do processo cognitivo do aluno. Porém, nossa prática pedagógica continua ainda embasada na mera reprodução de atividades contidas nos livros didáticos. Por que ainda continuamos reproduzindo aulas assim? Qual nosso medo em ousar aulas diferenciadas daquelas já contidas nos livros didáticos?

Diante dessa indagação, uma das docentes da segunda equipe argumenta:

> Infelizmente nossa postura pedagógica continua reproduzindo modelos pré-estabelecidos pelos livros didáticos, que asseguram uma praticidade no desenvolvimento das atividades propostas. Embora, durante a formação acadêmica, exigia-se uma mudança de atitude com relação ao trato dos conteúdos matemáticos.

O discurso sugere que as docentes têm consciência da dissociação entre o ideal pedagógico e as práticas executadas. A primeira equipe percebe que a sequência da segunda equipe não reflete as práticas pedagógicas, o que não é contestado pela docente da segunda equipe.

A equipe prossegue com os objetivos, os conteúdos envolvidos e as estratégias:

> **5) Objetivos:**
>
> - Associar formas geométricas planas a objetos do cotidiano;
> - Reconhecer as formas geométricas presentes no jogo da amarelinha.

Observe-se que o objetivo da equipe é o da associação das formas geométricas planas aos objetos do cotidiano e o de reconhecimento das formas geométricas presentes no jogo da amarelinha, tal como se o reconhecimento da representação figural fosse o objetivo único da aula. Nada se diz sobre tratamento ou conversões de figuras a outras formas de representação, nem sequer à formação de representação identificável, tratamentos e conversões com base em representações algébricas.

Para dar conta desses objetivos, os conteúdos são os seguintes:

> **6) Conteúdos envolvidos e trabalhados:**
>
> - Multiplicação;
> - Divisão;
> - Potenciação;
> - **Área e perímetro**.

Esses conteúdos extrapolam os objetivos propostos, porque é difícil de ver o que eles têm a ver com a associação de formas geométricas em objetos da natureza ou com a identificação de formas geométricas. Na verdade, trata-se de tratamentos que pressupõem representações algébricas.

> **7) Estratégias:**
>
> **7.1) Técnicas:** aula dialogada e atividades extra-classe.
>
> **7.2) Recursos:** quadro, giz, livros e jogo da amarelinha.

O jogo da amarelinha retoma-se como pretexto motivacional para o conteúdo, mas é difícil de entrever como ele daria conta dos tratamentos algébricos pressupostos pelos conteúdos. Supõe-se que a estratégia-alvo é a aula expositiva.

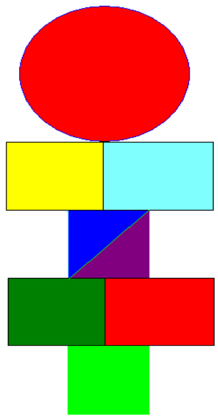
Na exposição, a equipe confidencia:

> Depois de ir ao pátio [para pular o jogo da amarelinha], a gente vai passar as **fórmulas** (sic) necessárias para resolução das atividades (grifos da pesquisadora).

Embora excluídas dos objetivos, as fórmulas são o ponto central da sequência, como pode ser observado a seguir.

Nos procedimentos, reaparece a intenção de lidar com o jogo de amarelinha:

> **8) Procedimentos:**
>
> **8.1) Problematização:**
>
> Convidar os alunos da 5º série para irem até o pátio da escola pular amarelinha. Em seguida, propor aos alunos que reconheçam cada figura que compõe o traçado da amarelinha efetuando as medidas dos lados de cada figura e determinando as áreas correspondentes por meio da aplicação de fórmulas matemáticas.



Quando a equipe propõe que os alunos "reconheçam cada figura que compõe o traçado da amarelinha", elas atendem aos objetivos da atividade. Contudo, elas afirmam que as crianças devem reconhecê-las, "efetuando as medidas dos lados de cada figura e determinando as áreas correspondentes por meio da aplicação de fórmulas matemáticas" (*sic*). Nesse caso, elas precisam de noções como a de "medidas", conteúdo das séries anteriores, que não é contemplado nos conteúdos da atividade (difícil ver como medir lado do círculo!). Obviamente, a determinação de área, implica a internalização da noção de figura e de sua representação algébrica, as ditas fórmulas que incluem a determinação da área do círculo (metas não contempladas nos objetivos).

Na socialização, a equipe limita-se a postergar essas questões:

> Isso [a área do círculo] será resolvido mais tarde com a aplicação da fórmula.

Em outras palavras, há todo um conjunto de ações implícitas que não podem ser depuradas da sequência. Como elas identificarão, tratarão ou farão conversões (se de fato farão tudo isso) entre linguagem natural, representações figurais e fórmulas algébricas? Qual o real propósito da ida ao pátio, além de uma incursão motivacional?

Veja-se a operacionalização:

> **8.2) Operacionalização das aulas:**
>
> Primeiro momento
>
> - Introduzir o tema;
> - Apresentar a historicização;
> - Justificar a importância de seu estudo e os objetivos a serem atingidos;
> - Discutir a brincadeira com os alunos:
> * Alguém já viu uma amarelinha?
> * Alguém já brincou de amarelinha?
> * Você conhece as regras da amarelinha?
> * Você sabe quais as formas geométricas utilizadas no desenho da amarelinha?
> * Você consegue relacionar o traçado do jogo da amarelinha com outras formas geométricas encontradas em seu cotidiano?

Na socialização, a equipe, de fato, apresentou as atividades tais como descritas acima. O mérito, como se vê, é o de trazer uma vivência mais concreta para o espaço de ensino e de aprendizagem. A forma como as docentes conduzem o primeiro momento parece adequada, levando-se em conta os objetivos traçados, exceto no que se refere à ausência das medições, necessárias para futuros cálculos de área que foram apresentadas nos procedimentos, e, agora, esquecidas.

Essa adequação será posta em prova no segundo momento:

> **Segundo momento**
> Propor atividades envolvendo a resolução de situações-problema referentes as formas geométricas presente no cotidiano.
> 1) Determine área de uma sala quadrada, sabendo que a medida de seu lado é 6,45 m.
> 2)Vamos calcular a área de uma praça retangular, em que o comprimento é igual a 50m e sua largura mede 35,6 m.
> 3)Determine a área de um triângulo, sabendo que sua base mede 5m e sua altura mede 2,2 m.

No segundo momento, a equipe ao "Propor atividades envolvendo a resolução de situações-problema referentes às formas geométricas presente no cotidiano", espera que, após a exemplificação do tema "formas geométricas" por meio do jogo da amarelinha, os alunos sejam capazes de relacionar os conteúdos sobre geometria à sua realidade cotidiana. A questão em xeque é como saltar do mero reconhecimento da representação figural (excluídos tratamento e conversão) para a representação, tratamento e conversão baseada algebricamente.

Antes de tudo, vale perguntar o que seria feito das supostas medições do jogo da amarelinha, uma vez que o jogo é abandonado no segundo momento. Em verdade, a equipe está adaptando exercícios de livros didáticos aparentemente sem consciência dessas interconexões.

Na primeira atividade, "Determine área de uma sala quadrada, sabendo que a medida de seu lado é 6,45 m", as docentes pretendem, em tese, que os alunos saibam operar com tratamentos algébricos. Todo o mecanismo para a resolução ficou implícito. Não se sabe qual o caminho que passa da representação em linguagem natural (o problema tal como apresentado acima) para a solução. Esse caminho seria mediado pela conversão em registro de representação figural, ou seja, as crianças desenhariam um quadrado antes? Em momento algum aparece a conversão entre a representação figural (desenho da sala de aula) para a registro de representação algébrica, ou seja, a fórmula matemática para equacionar a situação-problema.

Como e quando a fórmula, supostamente $(a = l \times l)$, entraria em cena, gerando o tratamento: $(a = 6{,}45m \times 6{,}45m)$, e o resultado $(a = 41{,}6025m^2)$? Quando e como seria apresentada a noção de metros quadrados? Mais ainda, quando e como as crianças perceberiam que $(l \times l)$ poderia ser convertido em (l^2) [diz-se isso, porque um dos conteúdos pressupostos era o de potenciação]?

No segundo exercício, "Vamos calcular a área de uma praça retangular, em que o comprimento é igual a 50 m e sua largura mede 35,6 m?", as docentes, em tese, subtendem que os alunos já saibam operar com tratamentos algébricos. Como garantir que os alunos consigam resolver tal situação-problema, haja vista que não lhes foi oferecida uma representação figural, nem tão pouco a conversão entre a linguagem natural para a registro de representação figural e a partir dessas representações construírem a registro de representação algébrica?

De que forma o aluno abstrai da linguagem natural o entendimento para a conversão desta em representação algébrica: $(a = c \times l)$? Além disso, em nenhum momento, percebe-se a importância dada pelas docentes em construir uma representação figural da praça (desenho), como pressuposto para a conversão da registro de representação figural em registro de representação algébrica.

O terceiro exercício pede que se "determine a área de um triângulo, sabendo que sua base mede 5 m e sua altura mede 2,2 m". Como garantir que os alunos consigam resolver essa situação-problema sem a utilização da representação figural? As docentes esperam que os alunos saibam transitar entre a linguagem natural para a registro de representação algébrica por meio da aplicação de fórmulas pré-estabelecidas, ou seja, a medida da área do triângulo pode ser encontrada pela seguinte representação algébrica: $\left(a = \frac{b \times h}{2}\right)$.

As docentes, embora tenham tentado desenvolver uma sequência didática partindo da realidade concreta dos alunos, por meio da escolha do traçado do jogo da amarelinha, demonstram que o mesmo foi usado apenas como um recurso motivacional para atrair a atenção dos alunos. Evidencia-se, então, uma ruptura na própria sequência didática. O texto da justificativa, dos objetivos, da problematização e da operacionalização da aula no primeiro momento, refere-se ao estudo das figuras geométricas presentes no traçado do jogo da amarelinha. Todavia, isso é negado no segundo momento da aula, quando as docentes desenvolvem situações-problema desconectadas da sequência didática anterior, exigindo, em tese, que os alunos saibam equacionar tais situações por meio de aplicação de fórmulas algébricas pré-estabelecidas nos livros didáticos. Como as docentes apresentariam as fórmulas algébricas relacionadas ao cálculo de área e perímetro de cada forma geométrica abordada?

Segue-se a avaliação:

> **9) Avaliação:**
>
> Avaliar a participação dos alunos nas atividades propostas na resolução de situações-problemas, verificando o domínio dos conteúdos trabalhados.

A avaliação da sequência didática apresenta-se de forma qualitativa. A equipe propõe-se a "avaliar a participação dos alunos nas atividades propostas na resolução de situações-problemas, verificando o domínio dos conteúdos trabalhados". Nada se diz sobre como se avalia a "participação dos alunos nas atividades propostas na resolução de situações-problemas". Quem resolve os problemas participa mais?

Supostamente, as docentes esperam que os alunos sejam capazes de resolver situações-problemas envolvendo os conteúdos trabalhados. Essa avaliação extrapola o que foi determinado como objetivo, a relembrar, associar formas geométricas planas a objetos do cotidiano e ao reconhecimento de formas geométricas presentes no jogo da amarelinha.

3.3.2 Análise do pós-teste da segunda equipe

A sequência didática da segunda equipe, apresentada em pós-teste (ver ANEXO F), manteve como tema (formas geométricas) e subtemas (figuras planas e cálculo de área e perímetro). O conteúdo selecionado foi desenvolvido de acordo com o plano curricular de ensino da escola e destinado a alunos de 5ª série do Ensino Fundamental, tendo como duração 4 horas/aula.

A identificação, tema e subtemas são apresentados, a seguir:

> **1.Identificação**:
> SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
> Série: 5ª
> Cronograma: 4 h/a
>
> **2) Tema:** Formas Geométricas
>
> **2.1) Subtema:**
> - Figuras planas;
> - Cálculo de Área e perímetro.

Durante a socialização da sequência didática em pós-teste, a segunda equipe manteve a mesma ordenação na estruturação da sequência didática desenvolvida em pré-teste.

Segue-se a historicização:

> **3) Historicização:**
> Foi da observação da Natureza e capacidade de abstração do Homem, vendo formas geométricas a partir de simples pontos, que surgiu a Geometria. Do latim, ciência que mede a Terra – *geometria.* A geometria também pode ser considerada a Ciência que estuda as leis das figuras e relações das medidas, entre linhas, superfícies e sólidos geométricos.
> No Egito Antigo e essencialmente na Grécia Antiga, a geometria tornou-se uma ciência profundamente desenvolvida. Os gregos estudavam as formas elementares do espaço: o ponto, a linha e a superfície. A geometria plana que hoje conhecemos, foi amplamente estudada por Euclides na mesma época. Os polígonos regulares são considerados por isso, os *elementos de Euclides.*

A equipe repete o texto do pré-teste. Elas confessam que, naquela oportunidade, somente adaptaram esse texto de recortes da internet. A manutenção do texto, segundo elas, decorre do entendimento que elas supõem ter apreendido de que a geometria decorre efetivamente da capacidade de abstração humana.

Segue-se a justificativa:

4) Justificativa:

O homem, desde os primórdios do seu aparecimento, encontrou-se envolvido com Matemática. Procurando atender às necessidades de suas condições de vida iniciais, ele contava, media e calculava, mesmo sem possuir ainda uma formalização de conceitos matemáticos. Questões relacionadas com as formas dos objetos, suas representações e dimensões, com as relações entre diferentes formas e dimensões, com as possibilidades de ocupação do espaço e com a localização e a trajetória. Partindo desta visão, o ensino da Matemática é o meio que conduz o aluno a compreender o processo, histórico e evolutivo, da construção do conhecimento matemático, bem como apropriar-se e utilizar-se deste conhecimento nas relações entre ele e a realidade.

O ensino da Geometria deve ser organizado de forma a permitir articulações consistentes entre o conhecimento empírico e a sua sistematização.

Olhando ao nosso redor observamos inúmeras formas geométricas regulares e irregulares. Desde os princípios básicos da Geometria Euclidiana (ponto, reta, plano,...), até os dias atuais podemos notar as grandes transformações ocorridas na Geometria dos objetos, das casas, das artes, arquiteturas novas e arrojadas surgem desafiando todas as formas da Geometria clássica.

Nos primeiros conceitos relacionados à Geometria devem-se enfatizar as formas originais e básicas e os Matemáticos responsáveis por tais estudos, Tales, Pitágoras, Platão, Heron, Euler, entre outros.

Deve-se sair da sala de aula e estudar, os terrenos, as construções existentes, os traços geométricos, a perfeição das formas. Tendo claro que o acesso ao objeto matemático se dá por meio de sua representação, é preciso ter em mente a importância dos registros de representações semióticas presentes na atividade matemática.

No início da justificativa, a equipe salienta que "O homem, **desde os primórdios** do seu aparecimento, **encontrou-se envolvido com Matemática**. Procurando **atender às necessidades** de suas condições de vida iniciais, ele **contava, media** e **calculava**, mesmo sem possuir ainda uma **formalização** de conceitos matemáticos" (grifos da pesquisadora). Diante do exposto, evidencia-se a intenção da equipe em destacar que a matemática é uma ciência que resulta da necessidade do homem em resolver seus problemas cotidianos desde os primórdios. Ao longo do tempo, os objetos matemáticos revestiram-se de representações simbólicas, com as quais o homem vem conseguindo interpretar as relações entre a natureza e a geometria.

Ao destacar que "o ensino da Matemática é o meio que conduz o aluno a compreender o processo histórico e evolutivo da construção do conhecimento matemático, bem como apropriar-se e utilizar-se deste conhecimento nas relações entre ele e a realidade", a equipe faz alusão aos pressupostos teórico-metodológicos pertinentes à etnomatemática, que defendem que a matemática interfere na evolução de cada grupo cultural e nas decisões de comportamentos a partir de sua realidade natural, embasadas no tempo e no espaço.

No texto final da justificativa, a equipe sugere que "Deve-se sair da sala de aula e estudar os terrenos, as construções existentes, os traços geométricos, a perfeição das formas. Tendo claro que o acesso ao objeto matemático se dá por meio de sua representação. É preciso ter em mente a importância dos registros de representações semióticas presentes na atividade matemática". Em tese, pode-se inferir que a equipe compreendeu a necessidade da incorporação da teoria dos registros de representação semiótica para o aprendizado eficaz dos conceitos matemáticos inerentes ao estudo das formas geométricas.

Ao propor a justificativa, a equipe deixa transparecer que pretendeu frisar os aspectos relacionados aos pressupostos teórico-metodológicos abordados durante o curso de capacitação. Isto sugere uma metacognição, em detrimento ao real objetivo da elaboração da sequência didática que visa assegurar melhorias no processo de ensino e de aprendizagem.

Seguem-se os objetivos:

> **5) Objetivos:**
>
> 1º Relacionar as fórmulas algébricas pré-estabelecidas nos livros didáticos referentes aos cálculos de área e perímetro com as formas geométricas presentes no cotidiano.
> 2ºDesenvolver as habilidades cognitivas dos alunos quanto à resolução de situações-problemas inerentes aos cálculos de área e perímetro das figuras geométricas, por meio de variados registros de representação semiótica.

Os dois objetivos revelam, pelo menos discursivamente, um amadurecimento da equipe. No primeiro objetivo, a equipe propõe-se a relacionar fórmulas algébricas com formas geométricas. Para fazer isso, a criança precisa, necessariamente, converter formas figurais a fórmulas algébricas. Todavia, o texto sugere que essa conversão é de segunda ordem. Antes disso, a criança precisa identificar formas geométricas a partir da observação de coisa de seu cotidiano (remissão ao discurso etnomatemático). Ou seja, as docentes esperam que os alunos sejam capazes de observar os objetos matemáticos presentes no cotidiano e, a partir deles, reconhecer suas formas de registros de representação semiótica, comparando-as com as formulações algébricas pré-estabelecidas, convencionalmente nos livros didáticos.

Embora o segundo objetivo refira-se mais especificamente aos tratamentos, ele sugere que a sequência didática irá explorar as três atividades cognitivas defendidas por Duval como sendo: **a formação de uma representação identificável** do objeto matemático**,** os **tratamentos** e as possíveis **conversões** entre eles.

Seguem-se os conteúdos:

> **6) Conteúdos envolvidos e trabalhados:**
>
> - **Sistemas de medidas**
> - Multiplicação;
> - Divisão;
> - Potenciação;
> - Cálculo de área e perímetro.

Na análise desse item, percebe-se a incorporação do conteúdo de "**sistema de medidas**" (negrito no texto das próprias docentes) como pressuposto básico para a aquisição de outros conteúdos, tais como: cálculo da medida da área e do perímetro, a partir do estudo das formas geométricas. Evidencia-se o propósito da equipe em incorporar conteúdos que antecedem o cálculo da medida da área e do perímetro como ferramentas necessárias para a formação de uma representação identificável do objeto matemático, os tratamentos e possíveis conversões.

Isso se torna transparente quando durante a socialização da sequência didática ao grande grupo, uma docente da equipe salienta:

> O aluno precisa ter consciência de que a matemática possibilita a utilização de tratamentos diferenciados dentro de um mesmo registro de representação para equacionar um dado problema. Ou seja, para encontrar a área de um quadrado, o aluno pode fazer uso tanto da potenciação, quanto da multiplicação. E a escolha desses caminhos é que de fato garante a efetiva aprendizagem.

O depoimento sugere ter havido um salto qualitativo, uma vez que a equipe acompanha os argumentos defendidos por Duval, para quem é essencial o trânsito entre um registro e outro para a aquisição e apreensão dos conceitos matemáticos em questão.

Nesse momento da socialização, ocorre o seguinte depoimento de uma docente da primeira equipe:

> Bom, agora que eu percebi que a fórmula da área do quadrado, base vezes altura ou lado vezes lado, e a do triângulo, base vezes altura dividido por dois, é assim porque a fórmula do triângulo nada mais diz que um quadrado poder ser montado com dois triângulos!

Ela complementa:

> Se a gente ensina a fórmula do quadrado, base vezes altura, com uma folha de papel [ela apresenta uma folha de papel para o grupo mostrando a largura da folha como se fosse base e o comprimento da folha como se fosse a altura], por que não dobrar esse quadrado em dois [ela faz isso dobrando a folha que tem em mãos diagonalmente] para mostrar o 'dividido em dois' do cálculo do triângulo?

Essa intervenção basta por si mesma. Ela revela a dificuldade de transitar entre as representações, de dissociar noese de semiose, mesmo entre profissionais do ensino da matemática.

Prosseguem-se as estratégias:

> **7) Estratégias:**
>
> **7.1) Técnicas:** saída a campo para observar as formas geométricas presentes nos terrenos e construções, aula expositiva e dialogada.
>
> **7.2) Recursos:** materiais alternativos, quadro, giz, livros.

Ao propor as estratégias, a equipe argumenta a necessidade de uma “saída a campo para observar as formas geométricas presentes nos terrenos e construções” Evidencia-se a presença de um discurso etnomatemático, ao abordar e reconhecer os objetos matemáticos a partir do espaço cultural dos alunos. Essa estratégia é coerente com o primeiro objetivo traçado, uma vez que para associar fórmulas a figuras é necessário antes abstrair figuras da realidade circundante.

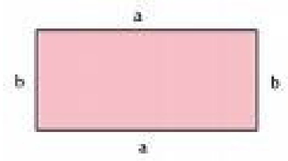
A equipe sugere a seguinte problematização:

> **8) Problematização:**
>
> Sabendo que a escola pesquisada localiza-se no interior de um município da região da AMUREL e que possui no seu entorno várias propriedades rurais. Faz-se necessário a compreensão e representação das figuras geométricas planas, contidas nas áreas dos terrenos, por meio da caracterização através de figuras geométricas e do cálculo de área e perímetro.

De posse da problematização “Sabendo que a escola pesquisada, localiza-se no **interior** de um município da região da AMUREL e que possui no seu entorno várias **propriedades rurais**.” (grifos da pesquisadora), podemos inferir que a equipe sugere um aprendizado a partir da realidade sócio-cultural dos alunos e que ao mencionar a importância da [...] “compreensão e representação das figuras geométricas planas, contidas nas áreas dos terrenos, por meio da caracterização através de figuras geométricas e do cálculo de área e perímetro”, a equipe espera que os alunos tenham capacidade de apreensão dos objetos matemáticos, tanto em nível noético (conceito) quanto semiótico (representação).

Segue-se a situação-problema:

> Sabendo que a propriedade rural visitada apresenta um terreno com as seguintes medidas: comprimento 30 metros, largura 10 metros.
> A - Faça uma representação figural (desenho) do terreno, usando a seguinte conversão: para cada metro utilize um centímetro da régua.
> B - Depois de visualizar o desenho através da figura, reconheça a forma geométrica e aplique a formulação algébrica adequada para encontrar o cálculo de área e o perímetro desse terreno.



a= base da figura = comprimento
b= altura da figura (h) = largura

Área do Retângulo
Base 30m e altura 10m
A= bxh
A= 30mx10m
A= $300m^2$

Perímetro do Retângulo (a soma dos lados)
P = a + b + a +b
P = 30m +10m + 30m + 10m
P = 80m

Embora o conceito de 'metro quadrado' seja diferente do conceito de multiplicação de metros, na situação-problema "Sabendo que a propriedade rural visitada apresenta um terreno com as seguintes medidas: comprimento 30 metros, largura 10 metros", a equipe sugere a apreensão do conteúdo formas geométricas, primeiramente através de uma visita a campo e da importância de se saber reconhecer e tratar as figuras geométricas no ambiente intra e extra-escolar.

No item 'a' da mesma situação-problema, a equipe sugere "Faça uma representação figural (desenho) do terreno, usando a seguinte conversão: para cada metro utilize um centímetro da régua". Observa-se um conhecimento construído e agora utilizado pelas docentes quando da elaboração desse exercício, ao sugerir que os alunos construam uma representação pictórica (desenho) do terreno usando uma conversão entre sistemas de medidas. As docentes esperam que os alunos operem com tratamentos e conversões dentro de um mesmo registro de representação semiótica.

O exercício 'b' "Depois de visualizar o desenho através da figura, reconheça a forma geométrica e aplique a formulação algébrica adequada para encontrar o cálculo da medida de área e do perímetro desse terreno". As docentes partem do princípio da necessidade da construção de um modelo concreto para o abstrato. O fato de as docentes conduzirem os alunos para primeiro visualizar, depois reconhecer a figura e aplicar a formulação algébrica, parece comungar com os objetivos de Duval, quando ele afirma que é preciso primeiro saber construir a formação de uma representação identificável acerca de um objeto matemático, depois saber operar com tratamentos e transitar entre os registros para fazer conversões possíveis que contribuem efetivamente para a apreensão em nível não só semiótico como também nóetico dos objetos matemáticos.

Por fim, a avaliação:

9) Avaliação:

Perceber se o aluno foi capaz de reconhecer as formas geométricas presentes no cotidiano, bem como efetuar os cálculos de área e de perímetro referentes a cada forma geométrica.

O texto da avaliação "Perceber se o aluno foi capaz de reconhecer as formas geométricas presentes no cotidiano, bem como efetuar os cálculos de área e de perímetro referentes a cada forma geométrica" está em conformidade com os objetivos pré-estabelecidos na sequência didática, em pós-teste, elaborada pela segunda equipe.

Implicitamente, observa-se que as docentes procuraram desenvolver na elaboração da sequência didática as três atividades cognitivas, propostas por Duval, a saber: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

3.3.3 Desempenho da segunda equipe

A sequência didática desenvolvida em **pré-teste** pela segunda equipe foi estruturada de acordo com uma ordem pré-estabelecida, sendo que cada item relacionado foi amplamente discutido durante a socialização ao grande grupo.

Ao abordar a historicização, percebe-se por parte das docentes um conhecimento, embora intuitivo, de que a geometria é uma abstração da natureza. Todavia há de se questionar se esse discurso garante de fato a internalização das diferenças entre conceitos geométricos e formas de representação.

Na justificativa do tema, a equipe busca aproximar o objeto matemático em estudo da realidade cultural na qual o aluno está inserido, fazendo uso do traçado do jogo da amarelinha para o estudo e apresentação das formas geométricas presentes no cotidiano.

A exemplificação por meio da brincadeira da amarelinha revela, em tese, uma tentativa de facilitar o reconhecimento das figuras geométricas pelos alunos, a partir da visualização de uma representação pictórica (desenho) para a abstração do objeto matemático.

Apesar de a equipe procurar desenvolver uma sequência didática desvinculada de modelos pré-estabelecidos nos livros didáticos e planos de aula tradicionais, observa-se que a estruturação dessa sequência didática não reflete a realidade das práticas pedagógicas que ocorrem no cotidiano escolar. Ou seja, evidencia-se claramente uma intenção por parte da equipe em apresentar uma sequência didática própria, visando reafirmar uma nova postura pedagógica.

Quanto à formulação dos objetivos as docentes frisam que o cerne de toda sequência é o de apenas o da associação de formas geométricas planas a objetos do cotidiano e o reconhecimento das formas geométricas presentes no jogo, esquecendo de incorporar os subtemas, como sendo na verdade o objetivo-alvo, embora explícito, a ser atingido. Os conteúdos elencados extrapolam os objetivos propostos pelas docentes, uma vez que eles estão relacionados a tratamentos que pressupõem representações algébricas. O jogo da amarelinha é usado apenas como uma estratégia motivacional para a abordagem dos conteúdos. Deduz-se que a estratégia-alvo é uma aula expositiva. Embora não constando nos objetivos, a apresentação das fórmulas algébricas é o ponto central de toda sequência didática.

No texto da problematização, observou-se que equipe recorre ao traçado do jogo da amarelinha e, em parte, está em consonância com os objetivos propostos. Porém elas exigem mais que isso, quando solicitam aos alunos que efetuem cálculos algébricos.

Durante a operacionalização da aula, no primeiro momento, nota-se a presença de um discurso etnomatemático, no qual as docentes buscam uma aproximação entre o objeto matemático e o conhecimento inerente ao aluno por meio do resgate cultural por meio de questionamentos referentes ao traçado do jogo da amarelinha. Contudo, o que ficou ausente foi o conteúdo sobre sistema de medidas, essencial para efetuar cálculos de área.

No segundo momento, dedicado a resolução de problemas relacionados a formas geométricas, percebe-se o uso de exercícios mecânicos, reproduzindo modelos pré-estabelecidos nos livros didáticos.

Analisando a sequência didática realizada em **pós-teste**, nota-se que a equipe manteve a mesma ordenação na estruturação da sequência didática desenvolvida em pré-teste.

O texto descrito na historicização foi reescrito tal e qual no pré-teste, porque após a participação dos docentes no curso teórico houve o entendimento de que a geometria surge da capacidade da abstração humana diante de fenômenos da natureza.

Na justificativa do tema, a equipe faz menção aos pressupostos teórico-metodológicos abordados pela etnomatemática, bem como a incorporação da teoria dos registros de representação semiótica como ferramentas essenciais para a aquisição dos conceitos matemáticos referentes ao estudo das formas geométricas. Embora o texto demonstre essa adesão às abordagens teóricas, isso não garante que o real objetivo da elaboração da sequência didática assegure melhorias no processo de ensino e de aprendizagem.

No que se refere aos objetivos, à equipe propõe primeiramente que os alunos sejam capazes, a partir da observação dos objetos matemáticos presentes no cotidiano, reconhecer suas formas de registros de representação semiótica e comparar com a formulação algébrica pré-estabelecidas nos livros didáticos.

No segundo objetivo, embora centrado no desenvolvimento de tratamentos, há indícios de que o mesmo refere-se à exploração das três atividades cognitivas defendidas por Duval, uma vez que a equipe se propõe ao desenvolvimento de habilidades cognitivas dos alunos quanto à resolução de situações-problemas inerentes aos cálculos de medida de área e perímetro das figuras geométricas, por meio de variados registros de representação semiótica.

Quanto aos conteúdos, verifica-se a incorporação do **sistema de medidas** como pressuposto básico para a apreensão dos conceitos que antecedem ao estudo do cálculo de área e perímetro, partindo-se do estudo das formas geométricas.

Durante a socialização da sequência didática em pós-teste, o depoimento de uma das docentes, ao fazer as dobraduras de papel para representar as divisões do terreno, tratamento no registro de representação material, sugere que ela percebeu a distinção noese/semiose, quando ela alude à importância do uso de tratamentos diferenciados dentro de um mesmo registro de representação com o intuito de resolver uma dada situação-problema. Os achados sugerem, em tese, que as docentes compreenderam a importância em transitar entre diversos registros para a aquisição e apreensão dos conceitos matemáticos em questão.

Num segundo momento, uma docente da primeira equipe, ao comparar a dedução de fórmula do cálculo da medida da área do quadrado e do triângulo, percebe que há uma relação entre as figuras geométricas, sendo que a figura do triângulo pode ser construída partindo-se da figura de um quadrado seccionada diagonalmente. Esses eventos, todavia, apontam para a dificuldade, mesmo entre professores de matemática e mesmo entre professores para os quais essa distinção foi enfatizada, em distinguir noese de semiose e ao mesmo tempo operar com a formação de uma representação identificável do objeto matemático, seus possíveis tratamentos e conversões.

Quanto às estratégias, a equipe busca subsídios teóricos alicerçados no discurso etnomatemático reconhecendo que a abordagem dos objetos matemáticos deve partir da realidade sócio-cultural na qual o aluno se insere. Essa preocupação revela-se coerente com o primeiro objetivo da equipe, uma vez que este trata da associação entre as figuras geométricas presentes no cotidiano e as fórmulas algébricas necessárias para a sua representação.

O texto da problematização aborda questões relevantes quanto ao reconhecimento da importância da etnomatemática para a apreensão dos objetos matemáticos, bem como reforça o uso das representações das figuras geométricas planas como ferramentas essenciais para aquisição cognitiva em nível noético e semiótico.

Na situação-problema, a equipe propõe que a apreensão do conteúdo formas geométricas aconteça por meio de uma situação concreta partindo de uma visita a campo, para então reconhecer e tratar as figuras geométricas encontradas no ambiente extra-escolar e mais tarde relacioná-los com o conhecimento acadêmico. Os exercícios sugerem que as docentes reconhecem a importância das noções dos registros de representação semiótica no desenvolvimento da cognição do aluno.

A avaliação proposta denota que houve um entendimento de que é preciso haver uma correlação entre os objetivos propostos e a avaliação propriamente dita. Em tese, verifica-se que as docentes tentaram coordenar as três atividades cognitivas propostas por Duval, quando do desenvolvimento da sequência didática elaborada em pós-teste.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em tese, todas as pessoas que passaram por escolarização formal em matemática, inclusive docentes de matemática, deveriam distinguir objetos/conceitos matemáticos de suas múltiplas formas de representá-los. Estando essas representações, semiose, no lugar dos objetos/conceitos matemáticos, noese, é de se esperar que os indivíduos não as confundissem mutuamente. Todavia, há indícios de que não é esse o caso. Muitas pessoas não compreendem essa distinção, embora até saibam lidar com esta ou aquela forma de representação de maneira isolada, conhecendo a formação identificável de cada sistema simbólico envolvido e sabendo tratar dados nesse sistema.

Duval (1993) argumenta que somente por meio da conversão de representações é que os indivíduos apreendem os objetos/conceitos matemáticos, independente da forma de representá-los. Posto isso, o presente estudo de caso, fundamentado nas ciências da linguagem, analisou esse argumento em sequências didáticas elaboradas por dois grupos de docentes de matemática e aplicáveis a alunos de 5ª série do Ensino Fundamental, oriundos de comunidades rurais.

A pesquisa, que ocorreu em escola situada numa comunidade do interior de um município do sul do estado de Santa Catarina em fevereiro de 2009, foi organizada em três etapas. Na primeira etapa, as equipes elaboraram e socializaram sequências didáticas sobre fração e formas geométricas. Na segunda etapa, com base na análise da etapa anterior, procedeu-se a uma intervenção didática com base nos conceitos de registros de representação semiótica (Duval), etnomatemática (D'Ambrósio) e transposição didática (Chevallard). Na terceira, as equipes elaboraram novas sequências didáticas sobre os mesmos temas.

A investigação propôs, por hipótese, que os conceitos destacados no curso propiciariam melhor qualificação das sequências, de modo que as sequências em pós-teste levariam em conta aspectos de aproximação dos conteúdos com a realidade sócio-cultural dos estudantes e as perspectivas não apenas de formação de representação identificável e de tratamento, mas também de conversão de registros de representação.

Os achados da pesquisa apontam para as seguintes conclusões. No que se refere às sequências didáticas do pré-teste e às suas socializações:

a) prevaleceram estratégias dedutivas de ensino baseadas na mera transcrição de livros e materiais didáticos, sugerindo a reprodução de modelos tradicionais de ensino;
b) as docentes reproduziram inadequadamente os materiais didáticos disponíveis: excedendo os conteúdos da 5ª série do Ensino Fundamental nos exemplos, exercícios e avaliação e não correlacionando objetivos com conteúdos e avaliação, o que sugere dificuldades no que tange a competências de transposição interna, conforme Chevallard (1991), e no que concerne à elaboração de situações de ensino compatíveis com a série, como antecipa Almouloud (2009);
c) embora se possa identificar, aqui e ali, as três atividades cognitivas propostas por Duval (1993), essas utilizações são inconscientes, conforme se depreendem da socialização e dos resultados do pós-teste, reforçando a percepção de que essas distinções eram desconhecidas pelas próprias docentes;
d) a socialização das sequências aponta para uma ruptura entre o ideal planejado e o real executado, de modo que as sequências didáticas, mesmo com suas deficiências, não refletem as reais práticas pedagógicas na escola, supostamente mais frágeis, como atestam os depoimentos das próprias docentes, sugerindo que competências para a melhoria do ensino estão latentes, mas não são aplicadas no dia a dia da escola.

No que se refere às sequências didáticas do pós-teste e às suas socializações:

a) as docentes procuraram produzir sequências próprias, com exemplos, exercícios e avaliação contextualizados;
b) a distinção noese/semiose apresenta-se discursivamente explícita nas sequências e há indícios de sua apropriação em depoimentos da socialização;
c) apesar de (a) e (b), as sequências foram considerando as próprias docentes como público-alvo, sugerindo que, na medida em que as docentes inconscientemente se colocaram como aprendizes, excederam os conteúdos da 5ª série do Ensino Fundamental. Ou seja, as dificuldades de transposição interna são de ordem diferente no pós-teste, uma vez que as docentes, considerando aspectos desenvolvidos no curso, tentam produzir sequências mais adequadas, considerando exemplos da realidade dos alunos e as três atividades cognitivas propostas por Duval, mas extrapolam o público para o qual as sequências deveriam ser destinadas;

Em síntese, há avanços no que se refere à consciência da importância da contextualização, do uso das três atividades cognitivas, com ênfase na conversão, e da distinção noese/semiose. Entretanto, a percepção desses elementos foi de tal ordem que as sequências tenderam a ser pensadas para as próprias docentes. Esses resultados revelam que as docentes não distinguiam objetos/conceitos matemáticos de suas representações, o que aponta para a urgente necessidade de se investir nesse tópico na formação de novos quadros de ensino e na capacitação em serviço de profissionais que já estão no mercado de trabalho.

Em outras palavras, é possível detectar nas sequências que as docentes passaram a ter uma metarrepresentação da distinção noese/semiose em matemática, mas isso é apenas um primeiro passo em direção a um segundo, tão ou mais relevante quanto, que é o de se pensar em estratégias de ensino que viabilizem no aluno a internalização dessa distinção. A pesquisa aponta para o fato de que as docentes passaram a estar conscientes do problema e estar consciente de um problema é um passo essencial para a sua solução. A intervenção proposta nesse trabalho dá um passo em direção a essa conscientização, mas é preciso pensar mais detidamente em como, a partir dessa conscientização, promover um ensino de matemática realmente significativo para os estudantes.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

_____. Fundamentos da Didática da Matemática e Metodologia de Pesquisa. **CEMA – Caderno de Educação Matemática**. Pontifícia Universidade Católica, 1997.

BOURDIEU, Pierre. **Escritos de educação**. 5. ed. Petrópolis: Vozes, 2003

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes en didactique des mathematiques. **Recherches en didactique des mathématiqu**es, Grenoble, **v. 7**, n. 2 , p. 35-115, 1986.

CARVALHO, J. P. de. Avaliação e perspectiva na área de ensino de matemática no Brasil. **Em aberto**, Brasília, **n. 62**, p. 74-88, abr./jun., 1994.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica**. Buenos Aires: Aique, 1998

_____. **La transposition didactique**: du savoir savant au savoir enseigné. Paris, La Fenseé Sauvage, 1991.

_____. Pourquoi la transposition didactique? **Atas do Seminário de Didática e Pedagogia de Matemática do IMAG** (Université Scientifique et Médicale), Grenoble, 1982

D'AMBROSIO, U. **Arte ou técnica de explicar ou conhecer**. 2. ed. São Paulo. Atual, 1993.

_____. **O programa etnomatemática**: a matemática no programa etnomatemática. Disponível em: http://vello.sites.uol.com.br/program.htm>. Acesso em: 10 jul. 2008.

_____. Volta ao mundo em 80 matemáticas. **Scientific American Brasil**. São Paulo, n. 11, 2005, p. 6-9. Edição Especial.

_____. **Educação matemática**: da teoria à prática. São Paulo: Papirus, 1996.

_____. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Educação matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2008.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em matemática**: registros de representações semiótica. São Paulo: Papirus, 2003. p. 11-33.

_____. **L'analyse cognitive du fonctionnement de la pensée et de l'activité mathématique**: cours sur les apprentissages intellectuals donné à la PUC-SP. São Paulo: Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, 1999.

_____. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et de Sciences cognitives**, IREM de Starsbourg, n. 5, 37-65, 1993.

FLEMMING, D. M. **Tendências em educação matemática**. Tubarão: Ed. Unisul, 2004.

FLORES, C. R. **Olhar, saber, representar**: ensaios sobre a representação em perspectiva, 2003.188 f. Tese (Doutorado em Educação)–Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

FOUCAULT, M. **As palavras e as coisas**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1992.

FREIRE, Paulo. **Educação e mudança**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.

_____. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

_____. **Pedagogia do oprimido**. São Paulo: Paz e Terra, 1983. 13 edição.

GOODMAN, N. **Modos de fazer mundos**. Porto: Asa, 1995.

KOLLING, E. J. **Por uma educação básica do campo**. Fundação Universidade de Brasília, 1999.

LADRIÈRE, J. **A articulação do sentido**. Trad. de Salma Tannus Muchail. São Paulo: EPU/EDUSP, 1977

LDB – Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. LEI Nº. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. D.O.U. de 23 de dezembro de 1996.

LEFEBVRE, M. **Images, écritures et espace de médiation**: étude anthropologique des pratiques graphiques dans une communauté de mathématiciens, 2001. 224 f. Thése (Doctorat en Sciences de l'Information et de la Communication)–Université Louis Pasteur, Strasbourg I, Strasbourg, França, 2001.

LEITE, S. C. **Escola rural**: urbanização e políticas educacionais. São Paulo: Cortez, 1999.

LINS, R. C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. In: **Dynamis**, Blumenau, **v. 1**, p.29-39, abr./jun. 1994.

PAIS, L. C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

RAUEN, F. J. **Roteiros de pesquisa**. Rio do Sul: Nova Era, 2006.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. **Proposta Curricular de Santa Catarina**: educação infantil, ensino fundamental e médio: Disciplinas Curriculares. Florianópolis: COGEN, 1998. Disponível em http://www.sed.sc.gov.br/educadores/proposta-curricular?showall=1. Acesso em 15 mar. 2009.

SANTOS, Beneval Pinheiro. **Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrósio**: contribuições para a formação do professor de matemática no Brasil, 2007. Tese (Doutorado em Educação)–Faculdade de Educação/USP, 2007.

SILVA, Cintia Rosa da. **Conversão de registros de representação**: desenvolvimento de aplicativos para o ensino-aprendizagem de funções, 2009. 156 f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Linguagem)–Programa de Pós-graduação em Ciências da Linguagem, Universidade do Sul de Santa Catarina, 2009.

ANEXOS

ANEXO A – Curso de Capacitação

Universidade do Sul de Santa Catarina
Pró-Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação
Programa de Pós-Graduação em Ciências da Linguagem
Curso de Mestrado em Ciências da Linguagem

Plano de Curso

1. Identificação
Curso de capacitação fundamentado no conceito de registros de representação semiótica, etnomatemática e transposição didática

2. Temas
Registros de representação semiótica
Etnomatemática
Transposição didática

3. Justificativa:
No processo de compreensão em matemática, devem-se distinguir dois pontos fundamentais: noese (noésis) e semiose (semiósis). Um objeto ou conceito matemático compõe o conhecimento noético, e as múltiplas formas de representar esse objeto ou conceito fazem parte do conhecimento semiótico. Dessa maneira, é possível que um conjunto múltiplo de representações, semiose, pode estar no lugar de um mesmo objeto ou conceito, noese.
Visto que os objetos ou conceitos matemáticos não são diretamente acessíveis na natureza, em toda e qualquer atividade em matemática, esses objetos ou conceitos são manipulados com base em suas múltiplas representações. Sendo essa característica basilar para o conhecimento matemático, seria de se esperar que os indivíduos escolarizados não confundissem as representações com os objetos matemáticos que elas representam. Porém, há indícios de que as pessoas identificam e calculam sem compreender essa distinção.
Duval (1993) questiona como essa questão continua mal resolvida mesmo entre pessoas que passaram por educação formal em matemática. Para ele, a distinção entre objeto e representação é estratégica na compreensão matemática. De um lado, o objeto matemático é aquilo que interessa à aprendizagem; de outro, esses objetos não são diretamente acessíveis sem as representações. Para operar com objetos matemáticos, os seres humanos dependem dos sistemas semióticos.
Considerado esse contexto, Duval levanta duas questões relevantes: a) Como aprendizes não confundiriam objetos matemáticos com suas representações, se eles operam apenas com representações? e b) Como aprendizes seriam proficientes nos tratamentos matemáticos necessariamente ligados às representações, se eles não têm uma apreensão conceptual dos objetos matemáticos?
Duval argumenta que as representações não são somente indispensáveis para fins de comunicação, mas desempenham um papel fundamental para o desenvolvimento das atividades cognitivas do pensamento. Para ele, a cognição humana é inseparável da existência de diversos sistemas semióticos: não existe noese sem semiose. Desse modo, considerando que a apreensão dos objetos matemáticos é viabilizada pelas múltiplas representações, a

coordenação dessas representações é essencial para uma apreensão conceptual desses objetos, evitando que os alunos confundam objetos e representações.

Nesse contexto, emerge no trabalho do autor a noção de registro de representação. Um sistema semiótico consiste num registro de representação em matemática, na medida em que permite três atividades cognitivas: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

Duval argumenta que dessas três atividades cognitivas somente a formação de uma representação identificável e o tratamento dentro de um mesmo registro são consideradas no ensino de matemática. Todavia, para ele, é no processo de conversão que o aprendiz se sente habilitado a dissociar objetos de representações. É essa omissão que explica, por exemplo, casos em que o indivíduo é competente em representar e tratar determinado registro, mas não compreende dentro ou fora desse registro com que objeto matemático está operando.

Além da omissão dos processos de conversão, vale lembrar que o ensino da matemática se dissocia também da realidade do estudante. Segundo D'Ambrósio (1996), a matemática tem sido concebida e tratada como conhecimento determinado, criando barreiras entre o educando e o objeto de estudo. Posto isso, o professor não deve operar com conteúdos matemáticos de maneira mecanizada, mas aproximá-los da realidade, de modo que os alunos os concebam como elementos significativos para suas vidas.

Se a busca por um ensino significativo e contextualizado da matemática é relevante lato sensu, independente do contexto onde se concretiza esse ensino, esta pesquisa defende o argumento de que essa perspectiva deva ser assumida em uma escola voltada para estudantes oriundos de ambientes rurais. Essa parece ser a realidade de escolas básicas municipais de municípios da Associação dos Municípios da Região de Laguna – AMUREL que, apesar de atender alunos vindos de comunidades rurais, não apresenta um currículo voltado ao contexto do qual a clientela faz parte.

Diante dessa realidade, pensou-se em aliar aos conceitos de Duval (1993) a tendência da etnomatemática, defendida por D'Ambrósio (2001), como uma ferramenta capaz de contribuir para a apreensão dos objetos matemáticos. Com isso, espera-se que o ensino em escolas que atendem alunos de comunidades rurais possa representar, tratar e converter diferentes sistemas simbólicos e, desse modo, propiciar a dissociação entre noese e semiose em matemática, respeitando a realidade desses estudantes.

Uma das formas para essa viabilização é a conscientização de docentes de matemática para a importância dessas questões no processo de elaboração de sequências didáticas viáveis para estudantes do Ensino Fundamental. A elaboração de sequências didáticas põe em evidência a questão do modo como se traduzem os conceitos elaborados cientificamente para o contexto da sala de aula.

Para dar conta dessa tradução, esta pesquisa recorre-se à teoria da transposição didática, tal como proposta por Chevallard (1982). Para Chevallard, transposição didática define-se como um processo que converte conhecimento científico em conhecimento de ensino. Nessa abordagem, o processo de transposição se inicia a partir do saber científico ou saber sábio, que é concebido pelos cientistas. Esse saber sábio é convertido em saber a ensinar, entendido de modo amplo como o produto da transposição dos textos científicos para os livros didáticos. Mais à frente, o saber a ensinar é transposto em o saber ensinado, definido como aquele que surge da ação dos docentes. Por fim, o saber ensinado pode ser posto em ação no contexto da sala de aula, transpondo-se em saber aprendido, ou seja, aquele que supostamente foi internalizado pelo aluno.

Posto isso, este curso pretende trabalhar no processo de transposição didática interna, ou seja, na transformação do saber a ensinar

4. Público-alvo
Professores de matemática do ensino fundamental de uma escola situada em um município da região da AMUREL

5. Objetivo
Capacitar os professores de matemática de uma escola que atende alunos oriundos de comunidades rurais à elaboração de sequências didáticas para o ensino de Matemática aplicáveis à disciplina a alunos da 5ª série do Ensino Fundamental com base nos pressupostos teóricos de Duval (registro de representação semiótica), D'Ambrósio (etnomatemática) e Chevallard (transposição didática).

6. Conteúdos envolvidos
Registros de representação semiótica
Etnomatemática
Transposição didática

7. Planejamento
Primeiro momento: exposição oral, através de slides, dos pressupostos teóricos de Duval (registro de representação semiótica), D'Ambrósio (etnomatemática) e Chevallard (transposição didática);
Segundo momento: leituras e discussões a respeito do tema com base no artigo nas seguintes referências:

8. Avaliação
Elaboração de sequências didáticas para o ensino de Matemática, aplicáveis à disciplina a alunos da 5ª série do Ensino Fundamental com base nos pressupostos teóricos de Duval (registro de representação semiótica), D'Ambrósio (etnomatemática) e Chevallard (transposição didática).
Socialização das sequências didáticas.

9. Referências Bibliográficas

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007
CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**: du savoir savant au savoir enseigné. Paris, La Fenseé Sauvage, 1991.
______. **La Transposición didáctica**. Buenos Aires: Aique, 1998.
D'AMBROSIO, U. E**tnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
DAMM, R. F. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Educação matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2008.
DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et de Sciences cognitives**, IREM de Starsbourg, n. 5, 37-65, 1993.

ANEXO B – Sequência didática pré-teste da primeira equipe

1 Identificação
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
Disciplina: Matemática
Grupo de Trabalho 1
Série: 5ª
Turma: 02
Cronograma: 2 h/a

2) Tema: Frações
2.1) Subtema:
- Noções de frações e sua nomenclatura;
- Adição e Subtração de Frações com o mesmo denominador.

3) Justificativa:
O estudo envolvendo noções fracionárias, adição e subtração de frações, é essencial para alunos de 5ª série. Para melhor compreensão dos alunos deve-se ensinar o assunto com materiais didáticos alternativos (dobraduras, quebra-cabeça, disco de papelão, etc.) e, exemplos do contexto (partes de um chocolate, ingredientes de um bolo, partes das despesas familiares, etc.). Tal conhecimento será vital no aprendizado do aluno, pois servirá para posteriores estudos, tais como, multiplicação e divisão de números fracionários, números decimais, porcentagens, situações do dia-a-dia, etc.

4) Objetivos:
Por meio de atividades realizadas com materiais didáticos alternativos, pretende-se que os alunos compreendam/aprendam com maior facilidade o assunto referente às frações, tais como:
- Nomear as frações;
- Diferenciar numerador de denominador;
- Adicionar dois ou mais números fracionários;
- Subtrair dois ou mais números fracionários.

5) Conteúdos envolvidos:
- Adição;
- Subtração;
- Idéia de fração.

6) Estratégias:
6.1) Técnicas: aula dialogada, atividades em sala de aula, materiais didáticos alternativos.
6.2) Recursos: quadro, giz, livros, régua fracionária, quebra-cabeça, entre outros.

7) Procedimentos:

7.1) Problematização:
Uma pizza está dividida em oito fatias de mesmo tamanho. Lúcia comeu duas destas fatias.
a) Que fração da pizza ela comeu?
b) Que fração da pizza sobrou?

7.2) Historicização:

Frações – um uso muito antigo

Tudo começou nas terras ribeirinhas do rio Nilo onde se localizavam os campos de plantio, que eram fundamentais para a agricultura do Egito. Lá ocorreu o desenvolvimento da civilização egípcia e um de seus faraós, Sesóstris, por volta do ano 3.000 a.C., dividiu todas as terras do Egito às margens do rio Nilo, próprias para o cultivo entre agricultores.

Assim, a cada ano, durante o mês de junho, no período chuvoso, as águas do rio Nilo atingiam muitos metros acima do seu leito normal e, com isso, inundavam uma vasta região às suas margens. Além da inundação, as cercas de pedras que cada agricultor usava para marcar os limites de seus terrenos eram destruídas.

Quando as águas do rio começavam a baixar, por volta do mês de setembro, os funcionários do governo, chamados de estiradores de corda, eram convocados a traçar novamente os limites de cada terreno.

Essas medidas eram realizadas através de cordas com nós. As cordas eram esticadas para realização da medição das terras. A distância entre os nós era fixa, assim como, a medida dos terrenos. Os estiradores de cordas verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno.

No entanto, por mais adequada que fosse a unidade de medida escolhida, dificilmente cabia um número inteiro no lado do terreno. Foi por esse motivo, que os egípcios criaram um novo tipo de número: o número fracionário.

7.3) Operacionalização das aulas:

1ª aula:

- Introduzir o tema;
- Apresentar a historicização;
- Justificar a importância de seu estudo e os objetivos a serem atingidos;
- Com o material didático alternativo, a régua fracionária, explanar o conceito de fração;
- Dividir a turma em grupos, entregar para cada grupo folhas em branco, tamanho A4, orientar os alunos para que por meio de dobraduras, façam tiras de mesmo tamanho, recortem e pintem cada uma;
- Em seguida, orientar que dobrem essas tiras em diferentes tamanhos: dois, três, quatro, seis e oito partes, mantendo inteira uma das tiras;
- Explicar que, com o material didático alternativo, régua fracionária, também pode-se aprender o conceito de frações. Para isso, pedir aos alunos que observem e comparem as tiras: um meio e dois quartos, pois as mesmas são equivalentes, ou seja, um pedaço da primeira corresponde a dois pedaços da segunda régua.

2ª aula:

Com o material didático alternativo, o denominado quebra-cabeça construído com espuma vinil atóxica, conhecida como e.v.a., irá ser explicado a adição e subtração de frações de mesmo denominador.

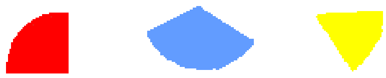
Serão utilizados os três quebra-cabeças representados na figura 1, sendo que, cada qual reunido convenientemente, forma um círculo completo.

Figura 1: o material quebra-cabeça.

Após ser distribuído o material, previamente confeccionado pelas professoras, os alunos organizarão as peças por cores e as reunirão, formando os três círculos possíveis como na figura 2.

Figura 2: círculos do material quebra-cabeça.

Questionaremos os alunos quanto às composições fracionárias possíveis com cada um dos círculos, uma vez que já estará claro a eles, que cada peça representa uma fração do círculo correspondente como na figura 1:



$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$

Figura 3: partes dos círculos do material quebra-cabeça.

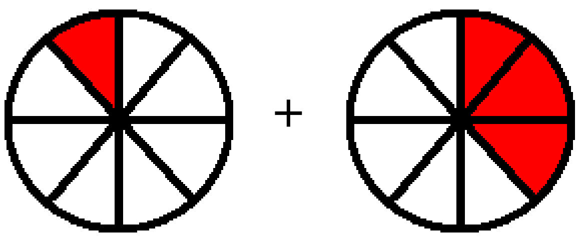
Referente à adição e subtração com denominadores iguais, com o quebra-cabeça sobre a mesa, faremos os seguintes questionamentos:
- Se retirarmos uma parte do círculo vermelho, quantas partes ficam sobre a mesa?
- Se retiramos uma parte do círculo azul, quantas partes ficam sobre a mesa?
- Se retirarmos uma parte do círculo amarelo, quantas partes ficam sobre a mesa?
- Se retirarmos duas partes do círculo vermelho, e em seguida adicionarmos uma parte ao mesmo círculo, quantas partes ficam sobre a mesa?
- Se retirarmos quatro partes do círculo amarelo, e em seguida adicionarmos três partes ao mesmo círculo, com quantas partes ficam sobre a mesa?

O objetivo dessa atividade será desenvolver a percepção dos alunos para o raciocínio de que, adicionando ou retirando partes de um todo, as frações se modificam para maior ou menor.

7.4) Conclusão da aula:

Atividades envolvendo frações

1. Por meio do quebra cabeça construído em sala de aula, resolva a seguinte situação problema.



Marcos errou. Ele calculou $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$ somando os numeradores e os denominadores, obtendo $\frac{4}{16}$.

a) Como faremos à leitura dos números fracionários que Marcos calculou?
b) Qual é o resultado correto?
c) O resultado encontrado por Marcos é maior ou menor que o correto?

2. Copie e complete os espaços:
a) = dois nonos
b) $\frac{7}{3}$ =
c) = seis oitavos
d) $\frac{3}{10}$ =
e) $\frac{15}{100}$ =
f) = vinte cinqüenta avos
g) $\frac{31}{1000}$ =
h) = sete milésimo

3. Indique as frações que representam:
a) sete meses do ano;
b) cinco dias da semana;
c) nove horas de um dia;
d) onze minutos de uma hora;

4. O que você pode concluir a respeito das frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$?

5. Calcule:
a) $\frac{5}{21} - \frac{3}{21} + \frac{10}{21} =$
b) $\frac{7}{15} + \frac{2}{15} =$
c) $\frac{2}{3} + \frac{7}{3} =$
d) $\frac{7}{6} + \frac{3}{6} =$

6. Sabendo que a = $\frac{3}{5}$, b = $\frac{9}{5}$ e c = $\frac{1}{5}$; calcule o valor de cada expressão algébrica:
a) a + b – c =
b) b – a – c =
c) a – a =

8) Avaliação:
Participação dos alunos ao resolverem as atividades propostas em sala de aula.

ANEXO C – Sequência didática do pós-teste da primeira equipe

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
Disciplina: Matemática
Grupo de Trabalho 1
Série: 5ª
Turma: 02
Cronograma: 6 h/a

2) Tema: Frações

2.1) Subtema:
- Noções de frações e sua nomenclatura;
- Adição e Subtração de Frações com o mesmo denominador.

3) Justificativa:
A compreensão e a aquisição do conceito de fração, através dos diferentes Registros de Representação Semiótica, possibilitam a identificação da grandeza e o significado da fração dada, principalmente pelo uso de conversões entre os variados registros de representação semiótica.
O estudo envolvendo noções fracionárias, adição e subtração de frações, é essencial para o desenvolvimento cognitivo, ampliando a noção de abstração. Para melhor compreensão dos alunos deve-se ensinar o assunto com materiais didáticos alternativos (dobraduras, quebra-cabeça, disco de papelão, etc.) e, exemplos do contexto (divisões de áreas de terras, partes de um chocolate, ingredientes de um bolos e despesas familiares, etc.). Tal conhecimento será vital no aprendizado do aluno, pois servirá para posteriores estudos, tais como, multiplicação e divisão de números fracionários, números decimais, porcentagens, situações do dia-a-dia, etc.

4) Objetivos:
Compreender a importância da utilização dos registros de representação semiótica, como ferramenta primordial no desenvolvimento cognitivo do aluno em relação ao estudo de frações e sua aplicação no contexto sócio cultural.

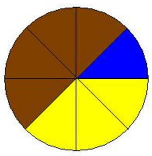
5) Conteúdos envolvidos:
- Adição;
- Subtração;
- Idéia de fração.

6) Metodologia:

6.1) Problematização:
Qual a importância do entendimento do conceito de fração, partindo do pressuposto que os objetos matemáticos são partes de um inteiro?
Como os alunos apreendem o conceito de um número fracionário e sua representação?
Qual a importância do estudo das frações e suas representações no contexto sócio-cultural do aluno?

7) Historicização:

O surgimento das Frações
A palavra "fração" quer dizer parte de um todo. Ela vem do latim fractione e quer dizer dividir. Os números fracionários surgiram da necessidade de representar uma medida que não tem uma quantidade inteira de unidades, isto é, da necessidade de se repartir o inteiro. As noticias mais antigas do uso das frações vêm do Egito. As terras que margeavam o rio Nilo eram propriedades do Estado. Este dividia as terras entre os grupos familiares, em entre os grupos familiares, em troca de pagamento de tributos. Como o rio Nilo sofria inundações periódicas, as terras tinham de ser sempre medidas, já que o tributo era pago proporcionalmente à área a ser cultivada.
Representação de uma fração
A fração é representada por $\frac{a}{b}$, onde a letra a chama-se numerador e representa quantas partes você tomou do todo, enquanto que a letra b chama-se denominador e representa em quantas partes foi dividida o todo.
A figura representa um todo, e foi dividida em oito partes iguais, logo 8 será o denominador. (a figura é uma representação gráfica de uma fração)



As partes marrons representam $\frac{4}{8}$ da figura.
As partes amarelas representam $\frac{3}{8}$ da figura.
A parte azul representa $\frac{1}{8}$ da figura.

8) Estratégias:

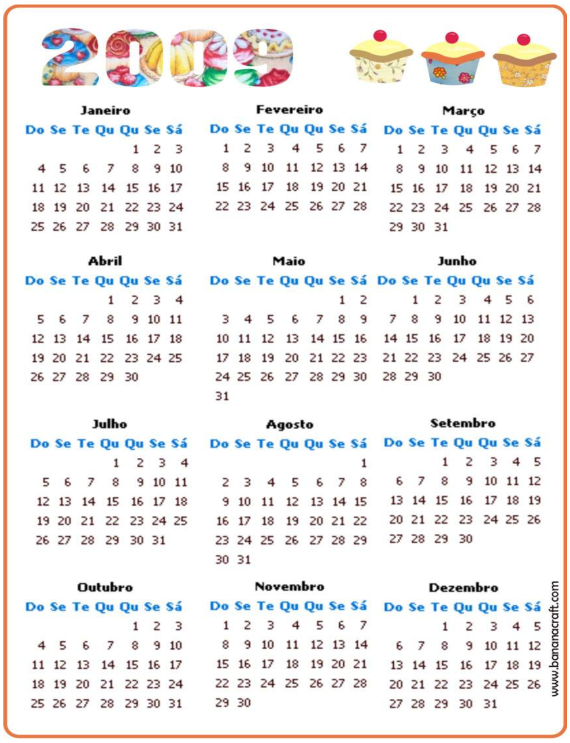
8.1) Técnicas: aula dialogada, visita a campo, entrevistas, atividades em sala de aula, materiais didáticos alternativos.
8.2) Recursos: matérias didáticos e alternativos, quadro, giz, régua fracionária, etc.

9) Operacionalização das aulas:

- Apresentar o tema Fração;
- Justificar a importância do estudo de frações e os objetivos a serem atingidos;
- Apresentar e discutir a problematização a partir do conteúdo de fração;
- Debater sobre a historicização do surgimento da fração, bem como a representação de uma fração;
- Definir as estratégias e os recursos utilizados na abordagem do tema.
- Desenvolvimento do conceito de fração partindo da experimentação.

SITUAÇÃO-PROBLEMA 1:

Utilizando-se um calendário anual, pedir aos alunos que observem que o conjunto dos dozes meses compõe a noção de um ano (inteiro) e que cada mês representa uma fração do todo.



Sendo assim, pede-se que:
a) Represente por meio da registro de representação aritmética o conceito de fração que corresponde ao primeiro trimestre e o segundo semestre?
b) O que sugere o numerador e o denominador dessa fração obtida?

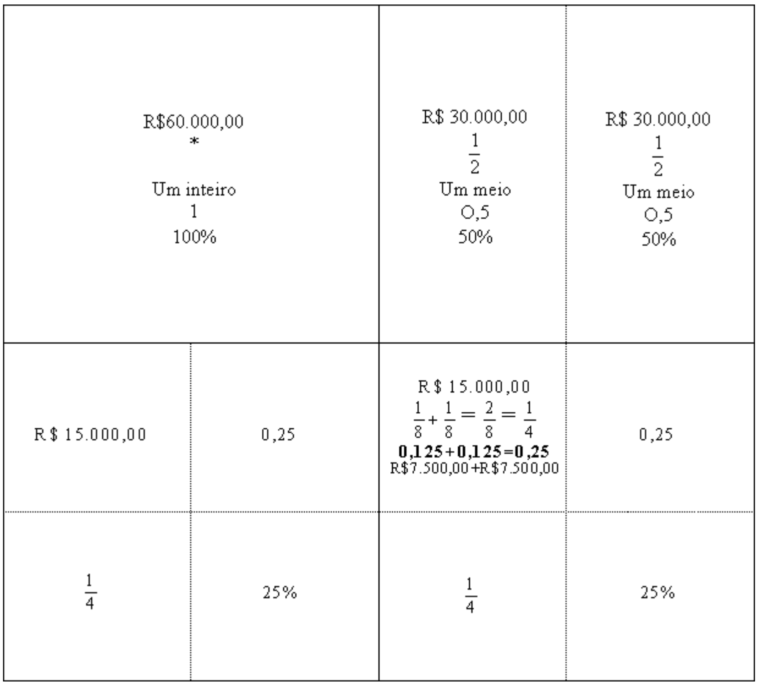
SITUAÇÃO-PROBLEMA 2

De posse do embasamento teórico metodológico, propor aos alunos uma visita de campo com o intuito de aferir o grau de abstração em relação aos conceitos fracionários apreendidos e sua aplicabilidade no cotidiano.
Depois propor a seguinte situação:

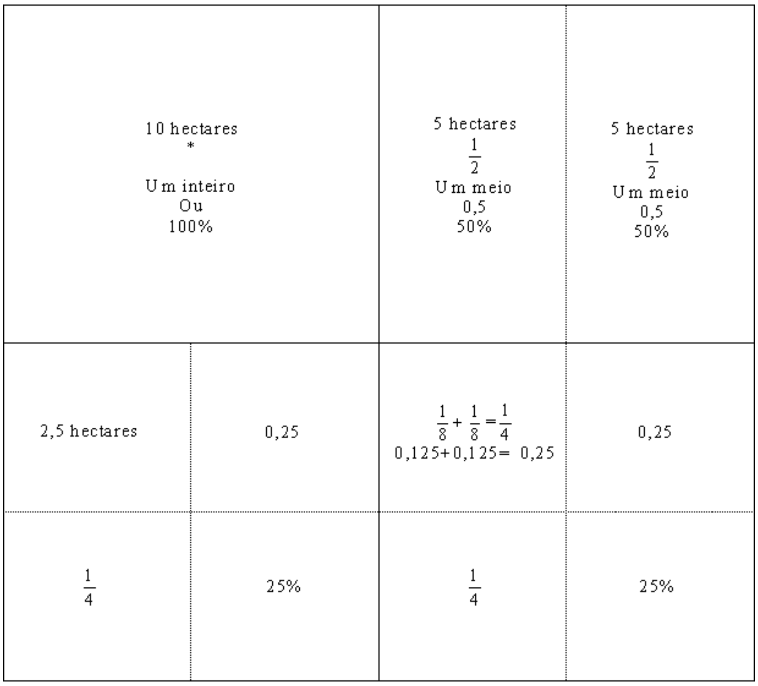
Os moradores de uma determinada comunidade, localizada num município da região da AMUREL, possuem uma economia baseada no plantio de fumo.A família do senhor Rocha, plantou na ultima safra 10 hectares de pés de fumo. Sabendo que a venda do produto colhido rendera um total de R$ 60.000,00 (sessenta mil reais). Deste total $\frac{1}{4}$ da colheita foi destinada ao pagamento dos trabalhadores e mais da colheita para o pagamento das demais despesas.

Resolução da atividade proposta:

Com papel sulfite, construir um quadrado de forma a representar o terreno;
Representação esquemática do terreno de 10 hectares de área.
Sabendo que cada hectare de área mede 10.000 m².
Logo, 10 hectares de terreno medem 100.000 m².



Representações figurais da área do terreno de 10 hectares como um inteiro



De posse da visualização esquemática da área do terreno da lavoura do senhor Rocha, considerando todos os rendimentos desta safra, responda:

a) Que fração foi destinada ao pagamento das despesas totais, incluindo o pagamento dos trabalhadores e demais despesas?

b) Que fração da lavoura sobrou para o senhor Rocha?

c) Quantos reais do total da colheita de fumo restaram para o senhor Rocha?

d) Quantos reais foram destinados ao pagamento trabalhadores?

e) Quantos reais foram destinados ao pagamento das demais despesas?

SITUAÇÃO-PROBLEMA 3

Uma moradora pertencente a uma comunidade rural, tendo como meio de subsistência a produção de leite em sua pequena propriedade, retirou 20 litros de leite durante o dia, em duas ordenhas. Na primeira ordenha foram tirados 12 (doze) litros de leite, dos quais $\frac{1}{4}$ foram destinados para a fabricação de iogurte e $\frac{1}{4}$ para a fabricação de bolo e 50% dos 12 litros de leite para produção de queijo.

Atividade envolvendo frações

1. Em um determinado dia uma moradora da comunidade pesquisada, tirou 20 litros de leite em duas ordenhas diárias. Na primeira ordenha foram tirados 12 litros, dos quais $\frac{1}{4}$ foram destinados para a fabricação de iogurte e $\frac{1}{4}$ para a fabricação de bolo e 50% dos 12 litros de leite para produção de queijo. Com base, na quantidade de leite em litros tirados na primeira ordenha responda:

a) Qual a quantidade de leite em litros destinados para a fabricação do iogurte?

$\frac{1}{4}$ ou 25% de 12 litros = 3 litros

$\frac{1}{4}$ ou 25% de 12 litros = 3 litros

$\frac{1}{4}$ ou 25% de 12 litros = 3 litros

$\frac{1}{4}$ ou 25% de 12 litros= 3 litros

Resposta: Foram utilizados para a fabricação do iogurte três (três) litros de leite, ou seja , $\frac{1}{4}$ ou 25% do total de 12 litros

$\frac{1}{4}$ de 12 litros ou 25 %

$\frac{1}{4}$ de 12 litros ou 25%

$\frac{1}{4}$ de 12 litros ou 25%

$\frac{1}{4}$ de 12 litros ou 25%

Resposta: Foram utilizados para a fabricação do iogurte 3 (três) litros de leite, ou seja 25% do total de 12 litros.

b) Fabricação do bolo?

$\frac{1}{4}$ de 12 litros ou 25 % = 3 litros

$\frac{1}{4}$ de 12 litros ou 25% = 3 litros

$\frac{1}{4}$ de 12 litros ou 25% = 3 litros

$\frac{1}{4}$ de 12 litros ou 25% = 3 litros

Resposta: Foram utilizados para a fabricação do bolo 3 (três) litros de leite, ou seja 25% do total de 12 litros.

c) Que fração corresponde à fabricação de queijo, sabendo que foram utilizados 50% de 12 litros de leite?

12 litros de leite retirados na 1ª ordenha, ou seja: 100% do leite a ser utilizado para a fabricação de iogurte, bolo e queijo

Resposta: 6 litros de leite retirados na 1ª ordenha, ou seja: 50% ou $\frac{1}{2}$ do leite utilizado somente para a fabricação de queijo.

d) Represente através de desenhos o total de litros de leite retirados nas duas ordenhas.

e) Que fração do total de 20 litros de leite foi destinada para a fabricação de queijo, bolo e iogurte. Em seguida, determine a quantidade de litros de leite restantes destinados na segunda ordenha.

$\frac{3}{20}$

$\frac{3}{20}$

 $\frac{6}{20}$

Conclui-se que: $\frac{3}{20}+\frac{3}{20}+\frac{6}{20}=\frac{12}{20}$

Temos $\frac{12}{20}$ utilizados para a fabricação de bolo, iogurte e queijo.

Do total de 20 litros, temos: $\frac{20}{20}-\frac{12}{20}=\frac{8}{20}$

Logo, na segunda ordenha foram retirados um total de oito litros de leite

8) Avaliação:

Verificar a capacidade do aluno quanto a compreensão da noção do conceito de fração e suas possíveis representações.

9) Referências Bibliográficas:

GIOVANNI, José Ruy; PARENTE, Eduardo. **Aprendendo matemática**. 5ª série. São Paulo: FTD, 1999.
GUELLI, Oscar. **Matemática**: uma aventura do pensamento. 5ª série. 8. ed. São Paulo: Ática, 2001.
JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo; CENTURIÓN, Marília. **Matemática na medida certa**. 5ª série. 7. ed. São Paulo: Editora Scipione Ltda, 2001.

ANEXO D – Plano de Ensino

Plano de curso
5ª SÉRIE
Conteúdo Programático

Unidade I – Números: uma longa caminhada.
• Sistemas de numeração romana
• Sistema de numeração indo-arábico
• Escrita e leitura dos números.

Unidade II – Números naturais
• Os números naturais e os processos de contagem
• A reta numérica e os números naturais
• Resolvendo problemas utilizando as quatro operações fundamentais
• Potenciação e raiz quadrada de números naturais

Unidade III – Divisibilidade
• Divisores e múltiplos
• Critérios de divisibilidade
• Números primos
• Mínimo múltiplo comum

Unidade IV – Frações – Números racionais
• Introdução
• Frações equivalentes
• Simplificação de uma fração
• Números mistos e frações impróprias
• Comparação de fração
• Operações com frações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e raiz quadrada).
• Probleminhas envolvendo frações.

Unidade V – Números Decimais – Números racionais.
• A notação decimal
• Números decimais na forma de fração
• Comparando números decimais
• Operações com números decimais

Unidade VI – Porcentagens
• O que é porcentagem?
• Calculando porcentagens
• A forma decimal das porcentagens

Unidade VII – Interpretando gráficos

Unidade VIII – Estudando medidas
• Medidas de comprimento
• Medidas de superfície
• Medidas de volume e capacidade
• Medida de massa
• Medida de tempo

Unidade IX – As formas no mundo
• Figuras geométricas espaciais.

Unidade X – Geometria
• Ponto, reta, plano.

Unidade XI – Polígonos
• Elementos e classificação do polígono
• Triângulos
• Quadriláteros

Unidade XII - Circunferência

Unidade XIII - Poliedros

Cronograma:
1º bimestre: Unidades I, II, III.
2º bimestre: Unidades IV, V, VI
3º bimestre: Unidades VII, VII, IX
4º bimestre: Unidades X, XI, XII, XIII.

ANEXO E – Sequência didática pré-teste da segunda equipe

1-Identificação:
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
Disciplina: Matemática
Série: 5ª
Cronograma: 4h/a

2) Tema: Formas Geométricas

2.1) Subtema:
- Figuras planas;
- Cálculo de área e perímetro

3) Historicização:
Foi da observação da Natureza e capacidade de abstração do Homem, vendo formas geométricas a partir de simples pontos, que surgiu a Geometria. Do latim, ciência que mede a Terra – geometria. A geometria também pode ser considerada a Ciência que estuda as leis das figuras e relações das medidas, entre linhas, superfícies e sólidos geométricos.
No Egito Antigo e essencialmente na Grécia Antiga, a geometria tornou-se uma ciência profundamente desenvolvida. Os gregos estudavam as formas elementares do espaço: o ponto, a linha e a superfície. A geometria plana que hoje conhecemos, foi amplamente estudada por Euclides na mesma época. Os polígonos regulares são considerados por isso, os elementos de Euclides. A geometria pode ser encontrada nas mais diversas formas naturais, e a partir dessa observação e estudo da Natureza, descobrimos a geometria e podemos criar composições com base nela.

4) Justificativa:
As crianças, ao redor do mundo, têm-se divertido muito desenhando os traçados da amarelinha nas calçadas, nas ruas, nos pátios dos recreios escolares, ou nos quintais e jardins das casas. Os adultos também possuem na lembrança, os alegres momentos de lazer que tiveram, quando crianças, ao brincarem este jogo tradicional e popular. Independentemente do traçado, a amarelinha é jogada sempre do mesmo modo, podendo haver variações na disposição dos jogadores e forma como é desenhada. Estas formas nos remetem ao estudo da Geometria que pode estar associadas a diferentes figuras que se apresentam nas mais diversas situações no contexto do aluno.

5) Objetivos:
- Associar formas geométricas planas a objetos do cotidiano;
- Reconhecer as formas geométricas presentes no jogo da amarelinha.

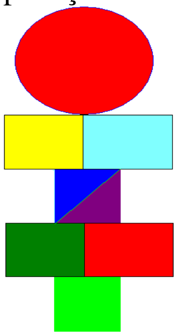
6) Conteúdos envolvidos e trabalhados:
- Multiplicação;
- Divisão;
- Potenciação;
- Área e perímetro

7) Estratégias:

7.1) Técnicas: aula dialogada e atividades extra-classe.
7.2) Recursos: quadro, giz, livros e jogo da amarelinha.

8) Procedimentos:

8.1) Problematização:
Convidar os alunos da 5º série para irem até o pátio da escola pular amarelinha. Em seguida, propor aos alunos que reconheçam cada figura que compõe o traçado da amarelinha efetuando as medidas dos lados de cada figura e determinando as áreas correspondentes por meio da aplicação de fórmulas matemáticas.



8.2) Operacionalização das aulas:
Primeiro momento
- Introduzir o tema;
- Apresentar a historicização;
- Justificar a importância de seu estudo e os objetivos a serem atingidos;
- Discutir a brincadeira com os alunos:
* Alguém já viu uma amarelinha?
* Alguém já brincou de amarelinha?
* Você conhece as regras da amarelinha?
* Você sabe quais as formas geométricas utilizadas no desenho da amarelinha?
* Você consegue relacionar o traçado do jogo da amarelinha com outras formas geométricas encontradas em seu cotidiano?

Segundo momento
Propor atividades envolvendo a resolução de situações-problema referentes as formas geométricas presente no cotidiano.
1) Determine área de uma sala quadrada, sabendo que a medida de seu lado é 6,45m.
2)Vamos calcular a área de uma praça retangular, em que o comprimento é igual a 50m e sua largura mede 35,6 m.
3)Determine a área de um triângulo, sabendo que sua base mede 5m e sua altura mede 2,2 m.

9) Avaliação:
Avaliar a participação dos alunos nas atividades propostas na resolução de situações-problemas, verificando o domínio dos conteúdos trabalhados.

.

ANEXO F – Sequência didática do pós-teste da segunda equipe

1. Identificação:
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO
Série: 5ª
Cronograma: 4 h/a

2) Tema: Formas Geométricas
2.1) Subtema:
- Figuras planas;
- Cálculo de Área e perímetro

3) Historicização:
Foi da observação da Natureza e capacidade de abstração do Homem, vendo formas geométricas a partir de simples pontos, que surgiu a Geometria. Do latim, ciência que mede a Terra – geometria. A geometria também pode ser considerada a Ciência que estuda as leis das figuras e relações das medidas, entre linhas, superfícies e sólidos geométricos.
No Egito Antigo e essencialmente na Grécia Antiga, a geometria tornou-se uma ciência profundamente desenvolvida. Os gregos estudavam as formas elementares do espaço: o ponto, a linha e a superfície. A geometria plana que hoje conhecemos, foi amplamente estudada por Euclides na mesma época. Os polígonos regulares são considerados por isso, os elementos de Euclides.

4) Justificativa:
O homem, desde os primórdios do seu aparecimento, encontrou-se envolvido com Matemática. Procurando atender às necessidades de suas condições de vida iniciais, ele contava, media e calculava, mesmo sem possuir ainda uma formalização de conceitos matemáticos. Questões relacionadas com as formas dos objetos, suas representações e dimensões, com as relações entre diferentes formas e dimensões, com as possibilidades de ocupação do espaço e com a localização e a trajetória. Partindo desta visão, o ensino da Matemática é o meio que conduz o aluno a compreender o processo, histórico e evolutivo, da construção do conhecimento matemático, bem como apropriar-se e utilizar-se deste conhecimento nas relações entre ele e a realidade.
O ensino da Geometria deve ser organizado de forma a permitir articulações consistentes entre o conhecimento empírico e a sua sistematização.
Olhando ao nosso redor observamos inúmeras formas geométricas regulares e irregulares. Desde os princípios básicos da Geometria Euclidiana (ponto, reta, plano,...), até os dias atuais podemos notar as grandes transformações ocorridas na Geometria dos objetos, das casas, das artes, arquiteturas novas e arrojadas surgem desafiando todas as formas da Geometria clássica.
Nos primeiros conceitos relacionados à Geometria devem-se enfatizar as formas originais e básicas e os Matemáticos responsáveis por tais estudos, Tales, Pitágoras, Platão, Heron, Euler, entre outros.
Deve-se sair da sala de aula e estudar, os terrenos, as construções existentes, os traços geométricos, a perfeição das formas. Tendo claro que o acesso ao objeto matemático se dá por meio de sua representação, é preciso ter em mente a importância dos registros de representações semióticas presentes na atividade matemática.

5) Objetivos:
1º Relacionar as fórmulas algébricas pré-estabelecidas nos livros didáticos referentes aos cálculos de área e perímetro com as formas geométricas presentes no cotidiano.
2º Desenvolver as habilidades cognitivas dos alunos quanto à resolução de situações-problemas inerentes aos cálculos de área e perímetro das figuras geométricas, por meio de variados registros de representação semiótica.

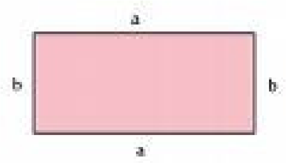
6) Conteúdos envolvidos e trabalhados:
- Sistemas de medidas
- Multiplicação;
- Divisão;
- Potenciação;
- Cálculo de área e perímetro.

7) Estratégias:

7.1) Técnicas: saída a campo para observar as formas geométricas presentes nos terrenos e construções, aula expositiva e dialogada.
7.2) Recursos: materiais alternativos, quadro, giz, livros.

8) Problematização:

Sabendo que a escola pesquisada localiza-se no interior de um município da região da AMUREL e que possui no seu entorno várias propriedades rurais. Faz-se necessário a compreensão e representação das figuras geométricas planas, contidas nas áreas dos terrenos, por meio da caracterização através de figuras geométricas e do cálculo de área e perímetro.
Situação-problema
Sabendo que a propriedade rural visitada apresenta um terreno com as seguintes medidas: comprimento 30 metros, largura 10 metros.
A - Faça uma representação figural (desenho) do terreno, usando a seguinte conversão: para cada metro utilize um centímetro da régua.
B - Depois de visualizar o desenho através da figura, reconheça a forma geométrica e aplique a formulação algébrica adequada para encontrar o cálculo de área e o perímetro desse terreno.



a= base da figura = comprimento
b= altura da figura (h) = largura

Área do Retângulo	Perímetro do Retângulo (a soma dos lados)
Base 30m e altura 10m	P = a + b + a +b
A= bxh	P = 30m +10m + 30m + 10m
A= 30mx10m	P = 80m
A= 300m2	

9) Avaliação:

Perceber se o aluno foi capaz de reconhecer as formas geométricas presentes no cotidiano, bem como efetuar os cálculos de área e de perímetro referentes a cada forma geométrica.

ANEXO G – Currículo Lattes